Először azt az esetet vizsgáljuk, amikor $AB + DC > DA + CB$. Belátjuk, hogy ekkor a PQ szakasz a trapéz középvonalának része.

Mivel P az A és D csúcsból húzott belső szögfelezők metszéspontja, így egyenlő távolságra van az AD, AB, DC oldalaktól, vagyis felezi az AB és DC oldalak távolságát. Ugyanez mondható el a Q pontról is, amelyik a C és B csúcsban lévő szögek szögfelezőinek metszéspontja. P és Q tehát pontja a középvonalnak.

Könnyen igazolható az is, hogy az ADP háromszög P-nél lévő szöge, illetve a BCQ háromszög Q-nál lévő szöge derékszög. Tudjuk, hogy a trapéz egy szárán fekvő szögeinek összege 180°, a szögfelezők ezeket a szögeket felezik, amiből következik, hogy $DAP\sphericalangle + ADP\sphericalangle = 90^\circ$, vagyis P-nél derékszög van, hasonlóképpen a Q-nál lévő szög is derékszög.

Húzzuk meg a trapéz középvonalát; ez AD-t E-ben, CB-t F-ben metszi. Az AD szakasz fölé rajzolt Thalész-kör középpontja E és így

$$AE = ED = EP = \frac{AD}{2},$$

hasonlóan

$$BF = FC = FQ = \frac{BC}{2}.$$

Ezeket felhasználva

$$PQ = EF - FQ - EP = \frac{AB + DC}{2} - \frac{BC}{2} - \frac{AD}{2} = \frac{AB - BC + CD - AD}{2},$$

s mivel feltettük hogy

$$AB + DC > BC + AD,$$

így

$$EF = \frac{AB + DC}{2} > \frac{BC}{2} + \frac{AD}{2} = FQ + PE,$$

a különbség pozitív.

Az állítás akkor is igaz, ha $AB + DC < BC + DA$, mint az a *2.* és *3. ábrán* is látható. A bizonyítás is teljesen hasonló, csak mivel most az $EF - FQ - EP$ különbség nem pozitív, a különbség abszolút értékét kall venni; ezért szerepelt az abszolút érték jel a feladat állításában.

Némedi Richárd, (Budapest ELTE Apáczai Cs. János Gimn., IV. o. t.)