I. megoldás. Egy pozitív szám osztóit párokba tudjuk állítani úgy, hogy egy-egy pár szorzata magát a számot adja. A szorzat tényezői közül a kisebbik értéke legfeljebb $\sqrt{n}$. (Ugyanis, ha mindkét tényező nagyobb lenne $\sqrt{n}$-nél, szorzatuk nagyobb lenne n-nél. Például 12 osztóit így párba állítva: $1,\ 12;\ 2,\ 6;\ 3,\ 4$, és $3<\sqrt{12}$, vagy 36 osztói $1,\ 36;\ 2,\ 18,\ 3,\ 12,\ 4,\ 9$; és a pár nélkül maradt $6=\sqrt{36}$.)

Az n szám osztóinak száma tehát legfeljebb $2\left[\sqrt{n}\right]$ lehet. (A szögletes zárójel a szám egészrészét – a nála nem nagyobb egészek közül a legnagyobbat – jelöli.)

A keresett pozitív egész számok így csak azon n értékek közül kerülhetnek ki, amelyekre

$$\frac{n}{2} \leq 2\left[\sqrt{n}\right], \qquad \text{így} \qquad n \leq 4\left[\sqrt{n}\right] \leq 4\sqrt{n}.$$

Innen $\sqrt{n} \leq 4$, ezért n értéke legfeljebb 16 lehet, s mivel esetünkben $\frac{n}{2}$ pozitív egész, n értéke $2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 14$ vagy 16.

Ha felírjuk ezek osztóit, láthatjuk, hogy csak a 8 és 12 tesz eleget a feladat követelményeinek.

II. megoldás. Mivel az osztók száma egész, ezért $n=2k$ alakú. A 2 osztóinak a száma $2\neq\frac{2}{2}$ és 4 osztóinak a száma $3\neq\frac{4}{2}$, így $k\geq 3$. Eszerint $1\leq k-2<k-1<k$. Ha $k-1$ és $k-2$ egyike sem volna $(2k)$-nak osztója, akkor $(2k)$-nak az 1-től k-ig terjedő számok között legfeljebb $k-2$ darab osztója volna. Tekintettel arra, hogy már $(k+1)$-nek a kétszerese is nagyobb $(2k)$-nál, ezért a k-nál nagyobb számok közül egyedül a $2k$ osztója n-nek; és így az osztók száma legfeljebb $k-1$ lenne. Az osztók száma tehát csak akkor lehet legalább k, ha e két szám valamelyike osztója n-nek.

Ha $2k$ osztható $(k-1)$-gyel, akkor $2=2k-2(k-1)$ is osztható $(k-1)$-gyel. Ha $2k$ osztható $(k-2)$-vel, akkor $4=2k-2(k-2)$ is osztható $(k-2)$-vel. $k\geq 3$ miatt az első esetben $k-1=2$; a második esetben $k-2$ vagy 1, vagy 2, vagy 4 – hiszen *ezek* 4-nek az összes pozitív osztói. Ennek megfelelően a k-ra szóba jövő értékek 3; illetve 3, 4 és 6. Tehát a lehetséges megoldások 6, 8 és 12. Mint az előző megoldásnál láttuk, ezek közül csak az $n=8$ és $n=12$ felel meg.