I. megoldás. Adjuk össze a két egyenlőtlenséget és alakítsuk át a következőképpen:

$$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2\le\frac{1}{2}-2t.$$

1. Ha $\frac{1}{2}-2t<0,\ \ t>\frac{1}{4}$, akkor az egyenlőtlenségrendszernek nincs megoldása.

2. Ha $\frac{1}{2}-2t=0,\ \ t=\frac{1}{4}$, akkor 1 megoldás van, az $x=y=\frac{1}{2}$. Helyettesítéssel ellenőrizhetjük, hogy ez valóban megoldása mindkét egyenlőtlenségnek.

3. Ha $\frac{1}{2}-2t>0,\ \ t<\frac{1}{4}$, akkor végtelen sok megoldás van. Ehhez megmutatjuk, hogy még olyan megoldás is végtelen sok van, ahol $x=y$. Ugyanis $x=y$ esetén mindkét eredeti egyenlőtlenség a következő alakban írható:

$$x\ge x^2+t,\qquad \text{átalakítva:}\qquad \left(x-\frac{1}{2}\right)^2\le\frac{1}{4}-t.$$

Oldjuk meg x-re az egyenlőtlenséget; azt kapjuk hogy

$$\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{1}{4}-t}\le x\le\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{4}-t}.$$

Tehát valóban végtelen sok megoldás van.

Az egyenlőtlenségrendszernek tehát csak a $t=\frac{1}{4}$ érték mellett van egyetlen megoldása.

II. megoldás. Három esetet különböztetünk meg.

1. Ha nincs megoldás, akkor természetesen nincs pontosan egy megoldás.

2. Ha van olyan megoldás, amikor $x\ne y$, akkor ezeket felcserélve két megoldást kapunk, az (x,y) és (y,x) párokat, tehát nincs pontosan egy megoldás.

3. Csak olyan megoldás van, amelyre $x=y$. Ekkor a két egyenlőtlenség helyett tekinthetjük az $x\ge x^2+t$ egyenlőtlenséget, amely az $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2\le\frac{1}{4}-t$ egyenlőtlenséggel ekvivalens. Ennek az egyenlőtlenségnek nyilván nincs megoldása, ha $\frac{1}{4}-t<0$, és több megoldása van, ha $\frac{1}{4}-t>0$. Akkor lehet pontosan egy megoldása, ha $t=\frac{1}{4}$. Ekkor az eredeti két egyenlőtlenség összeadásával nyert

$$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2\le\frac{1}{2}-2t$$

egyenlőtlenségnek csak $x=y=\frac{1}{2}$ a megoldása; ami nyilván megoldása az eredeti két egyenlőtlenségnek is.