

Mivel x_1 és x_2 gyöke az egyenletnek, behelyettesítve kapjuk, hogy

$$(1) \quad x_1^2 + x_1x_1 + x_2 = 0, \quad \text{rendezve} \quad 2x_1^2 + x_2 = 0,$$

illetve

$$(2) \quad x_2^2 + x_1x_2 + x_2 = 0.$$

(2)-ből x_2 -t emeljük ki:

$$x_2(x_2 + x_1 + 1) = 0,$$

ahonnan vagy $x_2 = 0$; akkor (1)-ből $x_1 = 0$ adódik, vagyis a másodfokú egyenlet

$$x^2 = 0.$$

Vagy $x_2 = -x_1 - 1$; ezt helyettesítsük (1)-be:

$$2x_1^2 - x_1 - 1 = 0.$$

Az egyenlet gyökei 1 és $-\frac{1}{2}$.

Ha $x_1 = 1$, akkor $x_2 = -2$ és a másodfokú egyenlet

$$x^2 + x - 2 = 0.$$

Ha $x_1 = -\frac{1}{2}$, akkor $x_2 = -\frac{1}{2}$, és a másodfokú egyenlet

$$x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = 0.$$

Ennek ugyan gyöke a $-\frac{1}{2}$, de $-$ a feladat szövege szerint $-$ kétszeres gyöknek kellene lennie, és nem az: az egyenlet másik gyöke az 1 .

A keresett másodfokú egyenletek tehát

$$x^2 = 0 \quad \text{és} \quad x^2 + x - 2 = 0.$$