Legyen a keresett kétjegyű számok egyike $\overline{xy} = 10x + y$. Ekkor a feladat feltétele szerint

$$10x + y = 7 \cdot (x + y) + 6,$$

és itt

$$6 < x + y, \tag{1}$$

továbbá x és y olyan egész számok, amelyekre

$$1 \leqq x \leqq 9, \qquad 0 \leqq y \leqq 9. \tag{2}$$

Az egyenlet átrendezése után

$$x = 2y + 2. \tag{3}$$

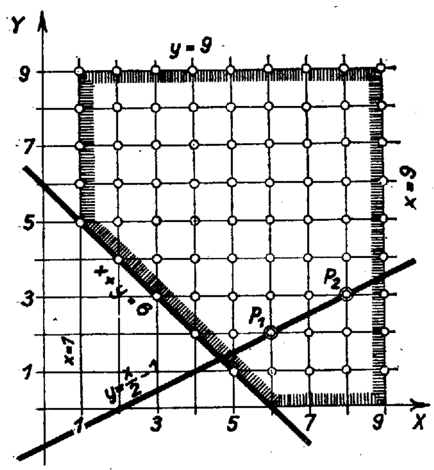
Ezt a kifejezést (1)-be helyettesítve egyrészt

$$3y + 2 > 6, \qquad \text{azaz } y > \frac{4}{3},$$

másrészt (2) és (3) alapján

$$2y + 2 \leqq 9, \qquad \text{azaz } y \leqq \frac{7}{2}.$$

Mivel y egész, ezért mind a két korlátnak csak a 2 és 3 érték tesz eleget, $y = 2$-höz $x = 6$, $y = 3$-hoz $x = 8$ tartozik, és így a keresett kétjegyű számok 62 és 83. Ezek ki is elégítik a feladat követelményeit.



2. ábra

Megjegyzések. 1. Az x, y egész számokat egy P pont derékszögű koordinátáinak tekintve, értékeik grafikusan is meghatározhatók. A szóba jöhető P pontok helyét az (1) és (2) egyenlőtlenségek, továbbá az (1) egyenlet szabja meg. A (2) egyenlőtlenségek azt jelentik hogy a P pontok csak az $x = 1$ egyenestől jobbra, az $x = 9$ egyenestől balra (2. ábra), az $y = 0$ egyenes fölött és az $y = 9$ egyenes alatt, vagy a határoló egyeneseken lehetnek. (1) szerint pedig a P pontok az $x + y = 6$ egyenestől a nagyobb ordináták irányába eshetnek. A P pontok lehetséges helyét vonalkázással jelöltük. Végül (3) azt jelenti, hogy a P pontok csak az

$$y = \frac{x}{2} - 1$$

egyenes egész koordinátájú pontjai lehetnek. Az ábrából leolvasható, hogy minden feltételnek eleget tevő pont csak kettő van, a $P_1(6, 2)$ és $P_2(8, 3)$, tehát a keresett számok 62 és 83.

2. Számos versenyző tévesen a 20 és 41 számokat is megoldásnak vette, mert $20 = 2 \cdot 7 + 6$ és $41 = 5 \cdot 7 + 6$, és nem gondolt arra, hogy az osztás maradéka nem lehet nagyobb az osztónál.