Jelöljük a hatjegyű négyzetszámot n^2-tel, ennek középső részét alkotó kétjegyű számot x-szel, az utolsó és a középső kétjegyű szám különbségét y^2-tel. Ekkor feladatunk követelménye így írható:

$$n^2 = x \cdot 10^4 + x \cdot 1O^2 + (x + y^2) = 10\,101x + y^2.$$

Ezt átrendezéssel és az együtthatót törzsszámok szorzatára bontva a következő alakra hozhatjuk:

$$(n + y)(n - y) = 37 \cdot 13 \cdot 7 \cdot 3 \cdot x. \tag{7}$$

n^2 hatjegyű, ez azt jelenti, hogy $10^5 \leqq n^2 < 10^5$. Mivel $316^2 < 10^5 < 317^2$, így.

$$317 \leqq n \leqq 999.$$

Másrészt x és $x + y^2$ kétjegyű számok:

$$x \geqq 10 \quad \text{és} \quad x + y^2 \leq 99, \tag{8}$$

így

$$y^2 \leqq 99 - x \leqq 99 - 10 = 89;$$

és mivel nyilván elegendő y nem negatív értékeire szorítkoznunk, azért $0 \leqq y \leqq 9$.
Így (7) bal oldalának tényezőire a következő korlátozások állnak fenn:

$$\begin{cases} n + y \leqq 999 + 9 = 1008, \\ n - y \geqq 317 - 9 = \ \ 308, \end{cases} \tag{9}$$

továbbá a két tényező különbségére:

$$(n + y) - (n - y) = 2y \leqq 18. \tag{10}$$

Ezek szerint olyan x kétjegyű számot kell keresnünk, hogy (7) jobb oldala a (9)–(10) korlátozásoknak megfelelő két egész tényező szorzatára legyen bontható, belőlük n és y is egésznek adódjék, végül x-re és y-ra (8) is teljesüljön. Evégett minden szóba jövő módon két tényezős szorzattá próbáljuk alakítani (7) jobb oldalát, gondolva x felbontására is, legyen $x = x_1x_2$ (x_1 és x_2 egyike lehet 1 is).

A (7) alatti törzsszámok szorzata nagyobb 1008-nál, így nem lehet mind ugyanabban a tényezőben. Két 1008-nál kisebb tényezőre a következő módokon bontható szét:

$$13 \cdot 777, \quad 21 \cdot 481, \quad 37 \cdot 273, \quad 39 \cdot 259 \quad \text{és} \quad 91 \cdot 111.$$

(7) bal oldalának két tényezőjét $13x_1$ és $777x_2$ alakban keresve (9) miatt csak $x_2 = 1$ felel meg, ez a tényező 777, ennélfogva (10) miatt a másik tényezőre

$$777 - 18 = 759 \leqq 13x_1 \leqq 795 = 777 + 18,$$

amiből, 13-mal osztva, és a hányadosnak csak az egész részét kiírva

$$58 < x_1 \leqq 61.$$

n és y csak akkor egész, ha összegük és különbségük ugyanolyan párosságú. A 777-es tényező páratlan, ezért csak $x_1' = 59$ és $x_1'' = 61$ jön szóba.

Az első esetben $x = x'x_2 = 59$, a második tényező $13 \cdot 59 = 767$, kisebb 777-nél, így $n + y = 777$, $n - y = 767$; amiből $n = 772$, $y = 5$; és $x + y^2 = 84$, kétjegyű szám, tehát megoldást találtunk. Valóban, $772^2 = 595\ 984$, megfelel a feltételnek.

A második esetben $x = 61$, és $y = 8$ adódik, ezekből $x + y^2$ háromjegyű szám, innen nem adódik megoldás.

Hasonló gondolatmenettel $21x_1$, $481x_2$ alakú tényezőket keresve (9) miatt csak $x_2 = 1$ vagy 2 lehetséges. Mindkettővel megoldás adódik: $x_2 = 1$ esetén $x_1 = 23$, $x = 23$, $n = 482$, $y = 1$, és $n^2 = 232\,324$; valamint $x_2 = 2$ esetén $x_1 = 46$, $x = 92$, $n = 964$, $y = 2$, és $n^2 = 929\,296$. (Az utóbbiban x_2, x_1, n és y kétszer, n^2 és x négyszer akkora, mint az előbbi megoldás megfelelő száma.)

Ha a tényezőket $37x_1$ és $273x_2$ alakban keressük, (9) miatt csak $x_2 = 2$ és 3 jön szóba. $x_2 = 2$ esetén x_1 csak páros lehet, ámde $546 - 18 = 528$ és $546 + 18 = 564$ közé 37-nek csak páratlan többszöröse esik: $555 = 15 \cdot 37$. Nem ad megoldást $x_2 = 3$ sem, mert így x_1 páratlan, viszont $3 \cdot 273 - 18 = 801$ és $3 \cdot 273 + 18 = 837$ közé 37-nek csak páros többszöröse esik: $814 = 22 \cdot 37$.

Nem adódik megoldás sem $39x_1$, $259x_2$ alakú tényezőkkel, sem $91x_1$, $111x_2$ alakú tényezőkkel, mert véve x_2-nek a (9) megengedte értékeit és a(10) alapján adódó korlátokat, ezek közé x_1 együtthatójának vagy nem esik többszöröse, vagy az adódó többszörös párossága nem egyezik x_2 párosságával.

Mindezek szerint a feladat feltételeinek a következő három négyzetszám felel meg:

$$482^2 = 232\,324, \quad 772^2 = 595\,984 \quad \text{és}\, 9642 = 929\,296.$$