

Írjuk a feltételt szorzat alakban:

$$(2) \quad \overline{DBA} \cdot D = \overline{ABCD}.$$

Tekintsük először az A és D számjegyeket; első jegy gyanánt csak ezek lépnek fel, így egyikük sem 0.

A szorzat utolsó jegye, ami nem más, mint a $D \cdot A$ rész-szorzat utolsó jegye, egyenlő D -vel, így különbségük, $DA - D = D(A - 1)$, osztható 10-zel. Ezért D és $A - 1$ közül legalább az egyik osztható 5-tel, mert 5 törzsszám. Ha D osztható 5-tel, akkor csak $D = 5$ lehet, ha pedig $A - 1$ osztható 5-tel, akkor értéke 5 vagy 0; így az alábbi lehetőségek jönnek szóba:

$$a) \quad D = 5, \quad b) \quad A = 6, \quad c) \quad A = 1.$$

Másrészt a szorzandóra:

$$100 D < \overline{DBA} < 100(D + 1),$$

és így a szorzatra:

$$(3) \quad 100 D^2 < DB \cdot D = \overline{ABCD} < 100 D(D + 1).$$

Hasonlóan a szorzatra a kezdő jegye alapján:

$$(4) \quad 1000 A < \overline{ABCD} < 1000(A + 1).$$

A közös belső tag miatt (4) bal oldala kisebb (3) jobb oldalánál, és (3) bal oldala kisebb (4) jobb oldalánál:

$$\begin{aligned} 1000 A < 100 D(D + 1), \quad \text{azaz} \quad (5) \quad 10 A < D^2 + D, \\ 100 D^2 < 1000(A + 1), \quad \text{azaz} \quad (6) \quad D^2 < 10(A + 1). \end{aligned}$$

Ezek alapján az a) lehetőség esetében $A < 3$, ill. $A > 1,5$, tehát $A = 2$, így viszont $D(A - 1) = 5$, nem osztható 10-zel, ez a feltevés nem vezet megoldásra.

A b) esetben (6) alapján $D^2 < 70$, $D \leq 8$, ezt felhasználva (5)-ből

$$D^2 > 10 A - D = 60 - D \geq 52, \quad D > 7,$$

tehát csak $D = 8$ jön szóba. Ekkor azonban a követelményből

$$\begin{aligned} (800 + 10B + 6) \cdot 8 &= 6000 + 100B + 10C + 8, \\ 2B + C &= B + B + C = 44, \end{aligned}$$

ami lehetetlen, mert három számjegy összege legfeljebb 27. Innen sem kapunk megoldást.

A hátra levő $A = 1$ esetben (6)-ból $D^2 < 20$, $D \leq 4$, így (5)-ből

$$D^2 > 10A - D \geq 10 - 4 = 6, \quad D \geq 3,$$

D szóba jövő értékei 3 és 4. Ekkor (2)-ből

$$\begin{aligned} 100D^2 + 10BD + D &= 1000 + 100B + 10C + D, \\ C + (10 - D)B &= 10(D^2 - 10), \end{aligned}$$

a bal oldal sohasem negatív, a jobb oldal viszont csak $D > 3$ esetén nem az.

A fennmaradt $D = 4$ lehetőség esetében

$$C + 6B = 60,$$

itt $C < 10$ miatt $6B > 50$, $B > 8$, és a $B = 9$, $C = 6$ jegyekkel megoldást kapunk:

$$491 \cdot 4 = 1964,$$

tehát a keresett szám 1964.

A megoldásban nem kellett kihasználnunk, hogy különböző betűk helyére különböző számjegyek írandók, csak azt, hogy kezdő számjegy nem lehet 0.