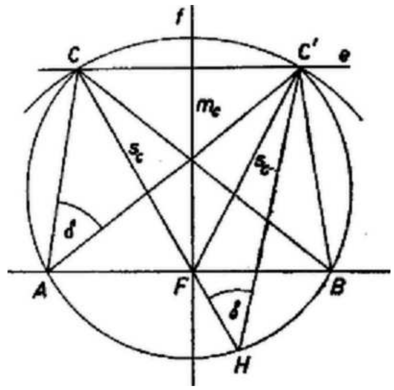
Legyen a keresett háromszög ABC, benne a C csúcsnak az AB oldaltól, illetőleg annak F felezőpontjától mért távolsága az adott m_c magasság, illetőleg s_c súlyvonal, továbbá a CAB és CBA szögek különbsége egyenlő az adott δ szöggel.



2. ábra

Először a $\delta > 0$ esettel foglalkozunk. Tükrözzük az ABC háromszöget az AB oldal f felező merőlegesére, C tükörképét jelöljük C'-vel. Ekkor CC' párhuzamos AB-vel, tőle m_c távolságra van, $C'F = CF = s_c$, a CC' szakasz látószöge pedig A és B csúcsból a tükrözés folytán a háromszög AB oldalán fekvő szögeinek a különbsége:

$$CAC'\sphericalangle = CBC'\sphericalangle = \delta.$$

Ezek szerint meg tudjuk szerkeszteni először is a CFC' egyenlő szárú háromszöget m_c magasságából és s_c szárából: egy e egyenesre egy pontjában f merőlegest állítunk, erre e-től egyik irányban rámérjük m_c-t, végpontja F. Az F körüli s_c sugarú körrel kimetsszük e-ből a C és C' pontot. Ezután az A és B pontot az F-en át e-vel párhuzamosan húzott egyenesből az az i körív metszi ki, amelyről CC' δ szögben látszik, és amelyik e-nek azon a partján van, amelyiken F.

Az ABC háromszög megfelel a feladat követelményeinek, mert AB-re merőleges magassága m_c, miután $AB \parallel CC'$, CF súlyvonala s_c hosszúságú, végül A és B egymás tükörképe f-re, mert az i ív középpontja rajta van a CC' húr felező merőlegesén, f-en, így az A és B csúcsnál levő szögeinek különbsége egyenlő a CAB és $C'AB$ szögek különbségével, ez pedig szerkesztés szerint δ.

A másik keletkező háromszög, ABC', az előbbi tükörképe f-re, így nem tekintjük attól különböző megoldásnak.

Nyilvánvaló, hogy a $CC'F$ háromszög akkor és csak akkor jön létre, ha $s_c > m_c$. A és B akkor és csak akkor jön létre, ha F benne van abban a körben, melynek része i, vagyis ha CF-nek F-en túli meghosszabbítása metszi ezt a kört. A metszéspontot H-val jelölve ez akkor és csak akkor következik be, ha

$$CFC'\sphericalangle > CHC'\sphericalangle = \delta.$$

Ha $\delta = 0$, akkor a háromszög egyenlő szárú, és $m_c = s_c$. Így ha e két feltétel egyike teljesül, akkor csak abban az esetben van a követelményeknek megfelelő háromszög, ha a másik is teljesül. Ha ez nem áll, az adatok ellentmondók; ha viszont teljesül, akkor minden m_c magasságú, egyenlő szárú háromszög megfelel, így a feladat határozatlan.

Összefoglalva: a feladat megoldható, ha $s_c > m_c$, továbbá az m_c magassággal és s_c szárral szerkesztett egyenlő szárú háromszögnek a szárak közti szöge nagyobb δ-nál. E feltételek teljesülése esetén a feladatnak egy megoldása van.