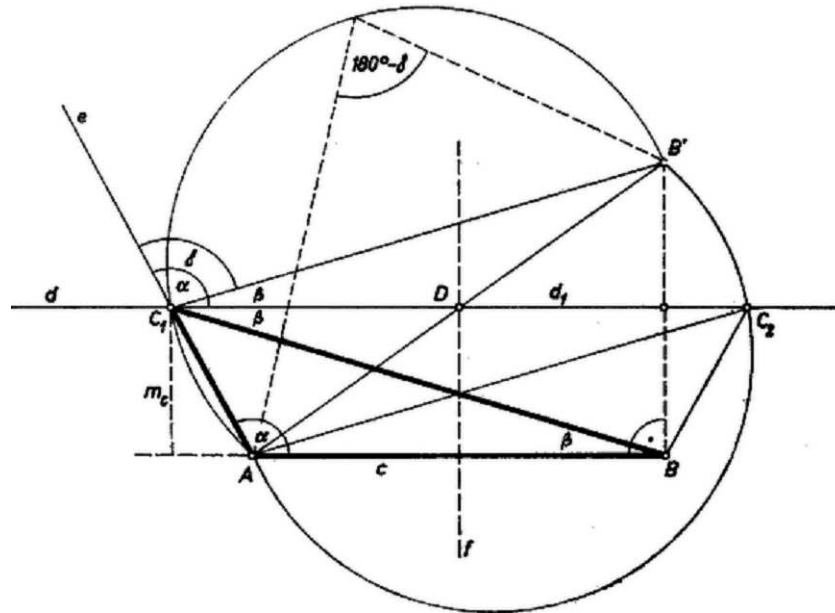


Ha az adott szögekülönbség 0, akkor egyenlő szárú háromszöget kell szerkeszteni az alapjából és az ehhez tartozó magasságból. Ennek megoldása jól ismert, így tovább azzal az esettel foglalkozunk, amikor az adott  $\delta$  szögekülönbség pozitív.

Legyen  $ABC$  a keresett háromszög, a jelölést úgy választva, hogy  $AB = c$  legyen az adott hosszúságú oldal,  $C$ -nek  $AB$ -től való távolsága az adott  $m_c$  magasság, az  $A$  és  $B$  csúcsoknál levő  $\alpha$  és  $\beta$  szög különbsége pedig  $\delta$ . Húzzuk meg  $C$ -n át az  $AB$ -vel párhuzamos  $d$  egyenest. Ennek  $C$ -ből induló és  $AB$ -vel egyező irányú  $d_1$  félegyenese  $CB$ -vel  $\beta$  nagyságú szöget zár be, az  $AC$  oldal  $C$ -n túli meghosszabbításával,  $e$ -vel bezárt szöge pedig  $\alpha$ . Így  $CB$ -t  $d$ -re tükrözve létrejön az adott szögekülönbség. Jelöljük  $B$  tükörképét  $d$ -re  $B'$ -vel, ekkor  $CB'$  is  $\beta$  nagyságú szöget zár be  $d_1$ -gyel, s így  $CB'$  és  $e$  szöge  $\delta$ , tehát  $\angle ACB' = 180^\circ - \delta$ .



1. ábra

A  $d$  egyenes és  $B$ -nek erre vonatkozó tükörképe  $C$  ismerete nélkül is megszerkeszthető. Így a következő szerkesztéshez jutottunk: Rajzoljunk  $c$  hosszúságú  $AB$  szakaszt és az  $AB$  egyenes egyik oldalán, tőle  $m_c$  távolságban egy vele párhuzamos  $d$  egyenest. Szerkesszük meg a  $B$  pont  $d$ -re vonatkozó tükörképét,  $B'$ -t. Szerkesszük meg végül azt a körívpárt, amiről az  $AB'$  szakasz  $180^\circ - \delta$  szögben látszik. A  $d$  egyenes és a körívpár  $C_1$  és  $C_2$  metszéspontja lehet a háromszög harmadik csúcsa. Ezek meg is felelnek, mert bármelyiket jelölve  $C$ -vel az  $ABC$  háromszögben  $AB = c$ , az erre merőleges magasság  $m_c$ , továbbá  $d$ -nek a  $C$ -ből induló,  $AB$ -vel egyirányú félegyenese  $AC$  meghosszabbításával  $\alpha$  nagyságú szöget zár be.  $CB'$ -vel pedig ugyanakkorát, mint a tükörképével,  $CB$ -vel, az utóbbi szög szárai pedig ellenkező irányban párhuzamosak  $\beta$  száraival. Így  $\alpha$  és  $\beta$  különbsége egyenlő az  $AC$  meghosszabbítása és  $CB'$  közti szöggel, ami viszont az  $\angle ACB'$  kiegészítő szöge, tehát  $\delta$ .

A keletkezett két háromszög egymás tükörképe az  $AB$  oldal  $f$  felező merőlegesére, ugyanis a körívpár centrál-szimmetrikus az  $AB'$  szakasz  $D$  felezőpontjára. Ezen megy át a  $d$  egyenes is, mert átmegy  $BB'$  felezőpontján és párhuzamos  $AB$ -vel. Ugyancsak átmegy  $D$ -n  $f$  is, mint az  $ABB'$  derékszögű háromszög középvonala. Így  $C_1$  és  $C_2$  az  $f$ -re  $D$ -ben merőleges  $d$  egyenesen  $D$ -től egyenlő távolságra van, tehát a két pont egymás tükörképe  $f$ -re vonatkozóan.

Mivel  $A$  és  $B'$  a  $d$  egyenes különböző partján van, így az egyenes a körívpár mindkét ívét metszi és mindegyiket csak egy pontban, a feladatnak tehát mindig van megoldása és csak egy (ha, mint szokás, egybevágó megoldásokat nem tekintünk lényegesen különbözőknek).