

Próbáljuk meg a négyzetgyök alatti különbségeket egy-egy különbség négyzetévé alakítani. Kézenfekvő egész számokból vont négyzetgyökök különbségére gondolni, tehát megpróbálni

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = a + b - 2\sqrt{ab} = a + b - \sqrt{4ab}$$

alakra hozni az egyes gyökjelek alatti értékeket. Az első tag esetében ekkor  $a + b = 7$ ,  $ab = 48/4 = 12$  kell hogy fennálljon, és ennek a 3, 4 számpár megfelel. Mivel a négyzetgyök pozitív értékét keressük, így

$$\sqrt{7 - \sqrt{48}} = \sqrt{(\sqrt{4} - \sqrt{3})^2} = 2 - \sqrt{3}.$$

Hasonlóan a második tag esetében az  $a + b = 5$ ,  $ab = 6$  egyenletrendszer adódik; megoldása 2, 3, s így

$$\sqrt{5 - \sqrt{24}} = \sqrt{3} - \sqrt{2};$$

a harmadik tagnál pedig  $a + b = 3$ ,  $ab = 2$  megoldása az 1, 2 számpár, s így

$$\sqrt{3 - \sqrt{8}} = \sqrt{2} - 1.$$

Ezeket összeadva

$$\sqrt{7 - \sqrt{48}} + \sqrt{5 - \sqrt{24}} + \sqrt{3 - \sqrt{8}} = 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{2} - 1 = 1.$$

*Megjegyzés.* A fenti eljárással általában különbséggé alakítható egy  $\sqrt{u \pm \sqrt{v}}$  alakú kifejezés (ahol  $u, v > 0$ ,  $u^2 > v$ ). Ez esetben az előbbi gondolatmenet az  $a + b = u$ ,  $4ab = v$  egyenletrendszerre vezet. Ennek a gyökei az  $x^2 - ux + v/4 = 0$  egyenletnek tesznek eleget, tehát az  $(u \pm \sqrt{u^2 - v})/2$  értékek, így a

$$\sqrt{u \pm \sqrt{v}} = \sqrt{\frac{u + \sqrt{u^2 - v}}{2}} \pm \sqrt{\frac{u - \sqrt{u^2 - v}}{2}}$$

azonossághoz jutunk.