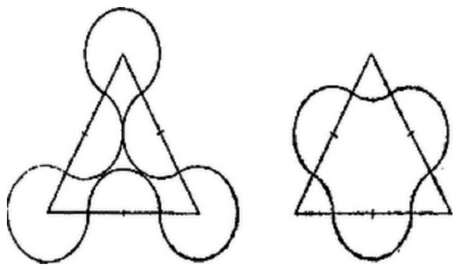
Az első idom területét úgy kaphatjuk meg a hatszög területéből, hogy hozzáadjuk a kinyúló hat félkör – azaz három kör – területét, és elvesszük a befelé rajzolt hat ugyanakkora sugarú harmadkör – azaz két kör – területét (1. ábra). Így a hatszöget egy kör területével növeltük.

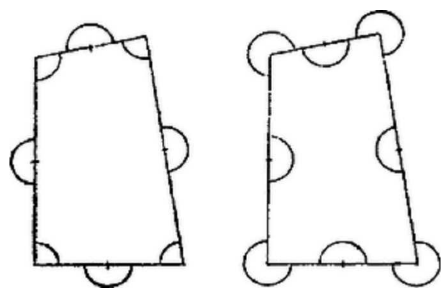
A második idom területe hat kétharmad kör – azaz négy kör – területének hozzáadásával és hat ugyanilyen sugarú félkör – azaz három kör – területének elhagyásával keletkezik a hatszög területéből (2. ábra). Tehát a hatszög területénél ugyancsak egy olyan kör területével nagyobb, amelyiknek sugara a hatszög oldalának a negyede. Így a két idom területe egyenlő.

Megjegyzés. Könnyű belátni, hogy a feladat eljárását 6-szög helyett akárhány oldalú szabályos sokszögre végezve mindkét idom területe továbbra is egy kör területével növekszik. (Háromszög esetén a második módon egy négy részre szétesö idomot kapunk, 3. ábra.)



3. ábra

Még általánosabban, ha tetszés szerinti (önmagát nem metsző) sokszöget veszünk 2 példányban, és az egyik oldalainak középpontjai körül kifelé, a másikéi körül befelé rajzolunk egyenlő sugárral félköröket, továbbá ugyanezzel a sugárral az előbbi csúcsai köré befelé, az utóbbié köré kifelé rajzolunk köríveket oldaltól oldalig, a kör sugarát úgy választva, hogy a rajzolt körívek ne nyúljanak egymásba, akkor a két módosított idom területe egyenlő (4. ábra).



4. ábra

Valóban, legyen a sokszög oldalszáma n, egy kör területe t, a csúcsok köré befelé rajzolt körcikkek területeinek összege B, a külső körcikkeké K, akkor nyilván $B+K=nt$. Az első idom területét $n\cdot\frac{t}{2}-B$-vel változtattuk meg, a másodikét pedig

$$K-n\cdot\frac{t}{2}=(nt-B)-n\cdot\frac{t}{2}=n\cdot\frac{t}{2}-B$$

-vel, tehát ugyanannyival, és ezt akartuk belátni. Könnyen igazolható az is, hogy mindig egy kör területével növekedik a sokszög területe.