A feladat olyan a, b, c számjegyek keresését kívánja, amelyekre

$$\frac{10\,a+b}{10\,c+a}=\frac{b}{c}.$$

Itt a és c nem 0, mert a bal oldal kétjegyű számok hányadosa, de b sem lehet 0, mert akkor a jobb oldal 0, tehát $a=0$ kellene hogy legyen. A törteket eltávolítva

$$10\,ac+bc=10bc+ab,$$

amit, a 10-zel szorzott tagokat egy oldalra rendezve, így írhatunk:

$$10(a-b)c=(a-c)b. \tag{1}$$

Itt, ha $a-b$ nem 0, akkor vagy $a-c$ egyenlő 5-tel, vagy -5-tel, vagy $b=5$, mert mindkét tényező abszolút értéke kisebb 10-nél.

1) Ha $a-b=0$, akkor $a-c=0$, vagyis $a=b=c$, és ez nyilván minden pozitív a számjegyre megoldása a feladatnak.

smallskip 2) Ha $a-c=-5$, $a=c-5$, akkor (1)-ből (-5-tel egyszerűsítve)

$$2(b+5-c)c=b.$$

Ha $c\leq 5$, akkor a bal oldal nagyobb, mint b, ha pedig $c>5$, akkor a bal oldal 10-nél nagyobb, tehát nem lehet egy számjeggyel egyenlő.

3) Ha $a-c=5$, $a=c+5$, akkor (1)-ből

$$2(c+5-b)c=b,\quad (2c+1)b=2c(c+5).$$

Innen

$$b=c+5-\frac{c+5}{2c+1}=c+5-\frac{2c+1+9}{2(2c+1)}=c+\frac{9}{2}-\frac{9}{2(2c+1)}.$$

Ez csak úgy adhat egész számot, ha $2c+1$ osztója a 9-nek. Ez $c=1$, 4 esetekben következik be. Ekkor b értéke 4, ill. 8, $a=c+5$ értéke pedig 6, ill. 9. Az ezekkel felírt törtek

$$\frac{64}{16}=\frac{4}{1},\quad \frac{98}{49}=\frac{8}{4}$$

valóban megfelelnek a feladat követelményeinek.

4) Végül, ha $b=5$, (1)-ből

$$2(a-5)c=a-c,\quad (2c-1)a=9c.$$

Ebből

$$a=\frac{9c}{2c-1}=\frac{9}{2}+\frac{9}{2(2c-1)}.$$

Ez akkor pozitív egész, ha $2c-1$ a 9 pozitív osztója, tehát $c=1$, 2, 5. Az a-ra adódó értékek 9, 6, 5. Ezek közül a harmadik értékhármas az 1) alatt szerepelt megoldások egyikét adja, a másik kettőhöz tartozó törtekre

$$\frac{95}{19}=\frac{5}{1},\quad \frac{65}{26}=\frac{5}{2},$$

tehát ezek is megfelelnek a feladat követelményeinek; így 9 érdektelen megoldás mellett további 4 megoldása van a feladatnak.

Megjegyzések. Több versenyző a követelmény alapján kifejezte valamelyik számjegyet a másik kettővel, majd az utóbbiak minden lehetséges értékpárja mellett azt vizsgálta, lehet-e számjegy a kifejezés értéke. Látjuk, hogy a feladat kevesebb próbával is megoldható. Számosan egy megfelelő számjegyhármas megtalálása után abbahagyták a próbálgatást.