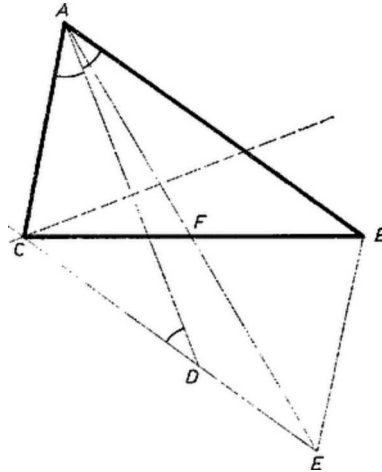


Készítsünk vázlatot, legyen  $ABC$  a keresett háromszög, az  $A$  csúcsnál levő  $\alpha$  szög, az onnan induló  $s_a$  súlyvonal és az  $A$ -ból kiinduló két oldal különbsége adottak. Jelöljük  $A$ -nak a  $BC$  oldal  $F$  felezőpontjára való tükörképét  $E$ -vel. Az  $ABEC$  négyszög paralelogramma, amelyben ismertek a szögek (az  $A$ -nál és  $E$ -nél levő  $\alpha$ , a  $B$ -nél és  $C$ -nél levő  $180^\circ - \alpha$ ), az  $AE$  átló ( $2s_a$ ) és a szomszédos oldalak különbsége. Az  $ACE$  háromszöget tekintve, abban ismert az  $AE$  oldal, a szemközti szög és az azt bezáró oldalak különbsége, így megszerkesztése a tankönyvből ismert alapfeladat: rámerve  $CE$ -re a  $CD = CA$  szakaszt az  $ACD$  háromszög egyenlő szárú, amiből  $\angle ADE = 180^\circ - \alpha/2$  adódik, ismert továbbá az  $ADE$  háromszögben két oldal:  $DE$  (a különbség) és  $AE = 2s_a$ .



Ezek után a szerkesztés menete a következő: Az előírt különbséggel egyenlő hosszú  $DE$  szakaszt húzunk, ezzel  $D$ -ben  $180^\circ - \alpha/2$  szöget bezáró félegyenest szerkesztünk és ezt elmetsszük az  $E$  középpontú,  $2s_a$  sugarú körívvel; a metszéspont legyen  $A$ . Megszerkesztjük az  $AD$  szakasz felező merőlegesének és az  $ED$  egyenesnek  $C$  metszéspontját; végül vesszük  $C$ -nek az  $AE$  szakasz  $F$  felezőpontjára való  $B$  tükörképét.

Az  $ABC$  háromszög megfelel a feltételeknek. Ugyanis a tükrözés miatt  $F$  felezi a  $BC$  szakaszt, tehát  $AF$  az  $ABC$  háromszög súlyvonala, másrészt hossza  $s_a$ . Az  $ECAB$  négyszög paralelogramma,  $AB$  párhuzamos  $CD$ -vel, ezért a  $BAD$  és  $CDA$  szögek egyenlők, ugyanis váltószögek, továbbá  $\angle DAC = \angle CDA$ , mert az  $ACD$  háromszög egyenlő szárú, így pedig  $\angle BAC = \angle BAD + \angle DAC = 2\angle CDA = \alpha$ . Végül  $AB - AC = CE - CA = CE - CD = DE$ , az előírt hosszúság.

Mint hogy nyilvánvalóan  $0^\circ < \alpha < 180^\circ$ , azért  $\angle ADE = 180^\circ - \alpha/2 > 90^\circ$ , tehát ez a szög az  $ADE$  háromszög legnagyobb szöge. Így az  $ADE$  háromszög szerkeszthetőségének feltétele, hogy  $AE > ED$  legyen, azaz a keresett háromszög súlyvonalának kétszerese nagyobb legyen a szöget bezáró oldalak különbségénél. Másrészt  $\alpha/2$  hegyesszög, azért  $C$  mindenestre létrejön és pedig valóban  $DE$ -nek  $D$ -n túli meghosszabbításán, amint a különbség képezésében felhasználtuk. Végül  $B$  mindig létrejön, ezért a feladatnak a mondott feltétel teljesülése esetén 1 megoldása van.