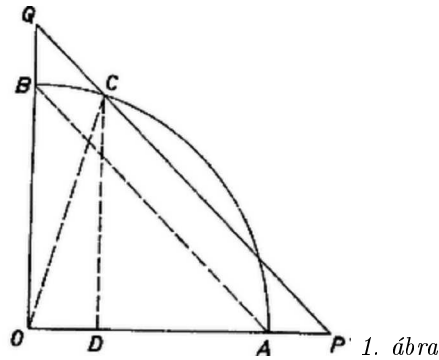


I. megoldás. Elég megmutatni, hogy a megfelelő összefüggés fennáll a szóban forgó szakaszoknak az OA egyenesen levő vetületére. Ugyanis mindegyik vetület ugyanannyi ad része (esetünkben $1/\sqrt{2}$ -szöröse) az eredeti szakasznak, és így a szakaszokat a vetületekkel helyettesítve (1) mindkét oldala ugyanazzal, a mondott arány négyzetével szorzódik.

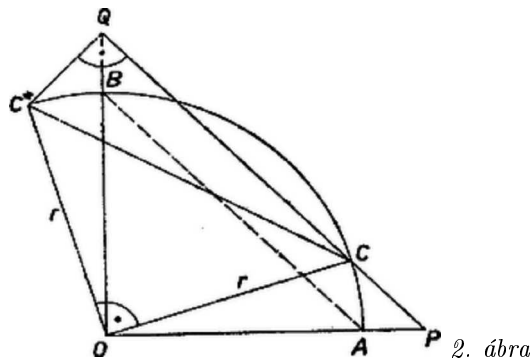


Az AB , CP , CQ szakaszok vetülete $AO = r$, (a kör sugara), DP és DO , továbbá, mivel a CDP háromszög egyenlő szárú, így $DP = DC$, tehát a vetületekre

$$DP^2 + DO^2 = DC^2 + DO^2 = OC^2 = r^2 = OA^2,$$

mivel a CDO háromszög derékszögű. Fennáll tehát a bizonyítandó összefüggés is.

II. megoldás. Forgassuk el a kör középpontja körül a QP szakaszt a C ponttal együtt 90° -kal úgy, hogy a P pont a Q pontba kerüljön, és az elforgatott C pontot jelöljük C^* -gal. Ekkor a C^*CQ háromszög Q -nál fekvő szöge derékszög, és $QC^* = PC$. Másrészt a $C^*OC \sphericalangle = 90^\circ$, így $C^*C = r\sqrt{2}$. Eszerint az (1) összefüggés éppen a C^*CQ derékszögű háromszögre felírt Pythagoras-tétel.



Megjegyzés. Állításunk akkor is érvényes, ha megrajzolva a teljes O középpontú, r sugarú kört, az AB -vel párhuzamos szelőt ezt a negyedkörön kívül eső C pontban metszi. Mindkét előbbi megoldás alkalmas ennek bebizonyítására is.