I. megoldás. Elegendő megmutatnunk, hogy (1) bal és jobb oldalának különbsége pozitív. A különbség így írható:

$$K = (a - 2\sqrt{ab} + b) + (1 - \sqrt{ab}) = \left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)^2 + (1 - \sqrt{ab}).$$

Az első tag nem negatív, a második pedig pozitív, ugyanis a feltevés miatt ab és vele a négyzetgyöke is 1-nél kisebb. Így K valóban pozitív.

II. megoldás. A három nem negatív szám számtani és mértani közepe közti egyenlőtlenség[1] szerint

$$\frac{1+a+b}{3} > \sqrt[3]{ab},$$

mivel esetünkben nem lehet a három szám egyenlő. Másrészt megmutatjuk, hogy a jobb oldal nagyobb, mint $\sqrt{ab}$. Valóban

$$\sqrt[3]{ab} = \frac{\sqrt[3]{ab}}{\sqrt{ab}} \cdot \sqrt{ab} = (ab)^{\frac{1}{3}-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{ab} = (ab)^{-\frac{1}{6}} \cdot \sqrt{ab} = \frac{1}{\sqrt[6]{ab}} \cdot \sqrt{ab} > \sqrt{ab},$$

mert az első tényező nevezőjében 1-nél kisebb szám áll.

[1] Lásd pl. Kürschák–Hajós–NEUKOMM-Surányi: *Matematikai versenytételek I.,* Tankönyvkiadó, Budapest, 1955, 111. o.; vagy Hódi: *Szélső értékfeladatok elemi megoldása,* Tankönyvkiadó, Budapest, 1959, 20. o.