I. megoldás. Azt kell bebizonyítanunk, hogy a 6 szám valamelyikének a többi számok egyikével sincs közös osztója.

Nézzük meg, mely számok lehetnek két-két adott szám közös osztói. Ha az A és B egész számok közös osztója d, azaz $A = ad$ és $B = bd$ – ahol a és b egész –, akkor d az $A - B = (a - b)d$ különbségnek is osztója. A 6 egymás utáni szám közti különbségek legnagyobbja 5, ezért a számokból képezhető párok közös osztói gyanánt csak 2, 3, 4 és 5 jöhet szóba. Ha egy szám ezek egyikével sem osztható, annak a 6 tagú sorozat egyetlen más tagjával sincs közös osztója.

6 egymás utáni egész szám közül három páros, három páratlan. A keresett szám csak a páratlanok egyike lehet, hiszen bármely két páros számnak közös osztója a 2. Továbbá 6 egymás utáni szám közül pontosan kettő 3-mal osztható, és ezek egyike páros, másika páratlan, végül közülük egy vagy két szám 5-tel osztható, és ezek közül is csak egyik lehet páratlan. Eszerint a három páratlan szám közül legfeljebb kettő osztható 3-mal vagy 5-tel, és így legalább egyikük sem 3-mal, sem 5-tel nem osztható. Ez a szám a fentiek szerint a sorozat összes többi tagjaihoz képest relatív prím. Ezzel a bizonyítást hefejeztük.

Ha a három páratlan szám közül egyik sem osztható 5-tel, vagy ha a 3-mal osztható páratlan szám egyben 5-tel is osztható, akkor mind a két 3-mal nem osztható páratlan szám relatív prím a sorozat többi tagjához.

Megjegyzés. A versenyzők egy része megkísérelte az összes, a 2, 3 és 5-tel való oszthatóság szempontjából lehetséges alakú hat egymás után következő számból álló sorozatok végigvizsgálását. Az ilyen sorozatok a 2-vel való oszthatóság szempontjából kétfélék: az első vagy a második tagjuk osztható 2-vel; a 3-mal való oszthatóság szempontjából háromfélék: az első vagy a második vagy a harmadik tagjuk osztható 3-mal; az 5-tel való oszthatóság szempontjából pedig hasonlóan ötfélék. Eszerint a sorozatok a 2, 3 és 5-tel való oszthatóság szempontjából együttesen $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$ félék. Nem hibás eljárás az állítást e 30 fajta számsorozat megvizsgálása útján bizonyítani be, de hosszadalmas és eléggé ötlettelen.

II. megoldás. Bővítsük ki a hattagú számsorozatot *páratlan számmal kezdődő* héttagú, egymás utáni számokból álló sorozattá úgy, hogy ha az adott sorozat páratlan számmal kezdődik, akkor a végéhez fűzzük hozzá a soron következő páratlan számot, az ellenkező esetben pedig a sorozat első tagját megelőző páratlan számot vesszük hozzá. Legyen a keletkező sorozat:

$$2n-3, \quad 2n-2, \quad 2n-1, \quad 2n, \quad 2n+1, \quad 2n+2, \quad 2n+3.$$

Megmutatjuk, hogy az állítás teljesül a kibővített sorozat egy a szélsőktől különböző tagjára, tehát érvényes a hozzáfűzött szám elhagyásával visszamaradó, eredeti sorozatra is.

A kibővített sorozat középső tagja, $2n$ páros. Mindkét szomszédja, $2n-1$ és $2n+1$ hozzátartozik az eredeti sorozathoz is és páratlan. Legalább egyikük nem osztható 3-mal, ez a keresett szám. Ugyanis ez a szám 2-vel és 3-mal nem osztható, ezért ha van közös osztója a sorozat valamelyik tagjával, e közös osztó csak 5 lehet. Azonban akár $2n-1$, akár $2n+1$ osztható 5-tel, a bővített sorozatban nincs több 5-tel osztható szám.

Ez a megoldás *Máté Attilától* származik. A feladat állításánál valamivel többet ad: a sorozat második páros tagjának 3-mal nem osztható szomszédja mindig relatív prím a többi tagok mindegyikéhez.