

Világos, hogy egyik ismeretlen sem lehet 0, másrészt, mivel az (1) egyenlet bal oldalán y kitevője páros, x -é és z -é páratlan, így x és z egyező előjelű (ugyanaz olvasható le (3)-ból is). Ugyanígy következik (2)-ből (vagy (4)-ből), hogy y és u is egyező előjelű.

Az egyenletek hasonló szerkezetét kihasználhatjuk azáltal, hogy összeszorozzuk őket, így mindegyik ismeretlen kitevője egyenlő lesz.

$$x^6 y^6 z^6 u^6 = 2 \cdot 8 \cdot 32 \cdot 8 = 2^{12}.$$

Ebből hatodik gyököt vonva, mivel az ismeretlenek szorzata az előjelekre tett megállapítások szerint pozitív, kapjuk, hogy

$$(5) \quad xyzu = 2^2 = 4.$$

(2)-t (1)-gyel osztva

$$(6) \quad \frac{yzu}{x^3} = 4,$$

és ezzel (5)-öt osztva

$$x^4 = 1, \quad \text{amiből} \quad x = \pm 1.$$

Hasonlóan lehet kiszámítani a többi ismeretlent: (5)-öt előbb (3) és (2) hányadosával osztva $y = \pm 1$, majd (4) és (3), végül pedig (1) és (4) hányadosával osztva $z = \pm 2$, ill. $u = \pm 2$.

A fentiekből azt is látjuk, hogy az x , z és y , u ismeretlen-párok előjelei függetlenek egymástól, azért megoldást a következő négy értékrendszer szolgáltatathat:

$x_1 = 1,$	$z_1 = 2,$	$y_1 = 1,$	$u_1 = 2;$
$x_2 = 1,$	$z_2 = 2,$	$y_2 = -1,$	$u_2 = -2;$
$x_3 = -1,$	$z_3 = -2,$	$y_3 = 1,$	$u_3 = 2;$
$x_4 = -1,$	$z_4 = -2,$	$y_4 = -1,$	$u_4 = -2.$

A próba mutatja, hogy mindegyik kielégíti az egyenletrendszert. Ezzel feladatunkat megoldottuk.

Megjegyzések. 1. Ugyancsak egyszerű a kiküszöbölés, ha (2) és (3) szorzatát osztjuk (1) és (4) szorzatával, ill. (3) és (4) szorzatát osztjuk (1) és (2) szorzatával

$$\frac{xy^3 z^5 u^3}{x^5 y^3 z u^3} = \left(\frac{z}{x}\right)^4 = \frac{8 \cdot 32}{2 \cdot 8} = 16, \quad \text{ill.} \quad \left(\frac{u}{y}\right)^4 = 16,$$

amiből – az előjelekről tett észrevétel alapján –

$$z = 2x, \quad u = 2y.$$

Így pedig (1) és (2)-ből

$$x^4 y^2 = x^2 y^4 = 1, \quad \left(\frac{x}{y}\right)^2 = 1, \quad y = \pm x.$$

2. Kézenfekvő az (1) – (4) egyenletek két oldalának logaritmusát venni, így ugyanis az ismeretlenek logaritmusaira elsőfokú egyenletrendszert kapunk. Minthogy a jobb oldalon 2-nek pozitív egész kitevős hatványai állnak, célszerű a 2-alapú logaritmusok egyenlőségét felírni.

$$(7) \quad {}^2 \log x = X, \quad {}^2 \log y = Y, \quad {}^2 \log z = Z, \quad {}^2 \log u = U\text{-val}$$

$$(1^*) \quad 3X + 2Y + Z = 1,$$

$$(2^*) \quad 3Y + 2Z + U = 3,$$

$$(3^*) \quad 3Z + 2U + X = 5,$$

$$(4^*) \quad 3U + 2X + Y = 3.$$

Lényegesen különböző megoldásokhoz így sem jutunk, csak szorzás-osztás helyett összeadást ill. kivonást, hatványozás-gyökvonás helyett pedig szorzást-osztást kell ekkor végeznünk. Másrészt viszont így csak pozitív megoldást kaphatunk.

Több versenyző próbálkozott ilyen megoldással, de 10 alapú logaritmusokat használtak és a jobb oldalakat négy tizedes jegyű közelítő értékekkel helyettesítették.