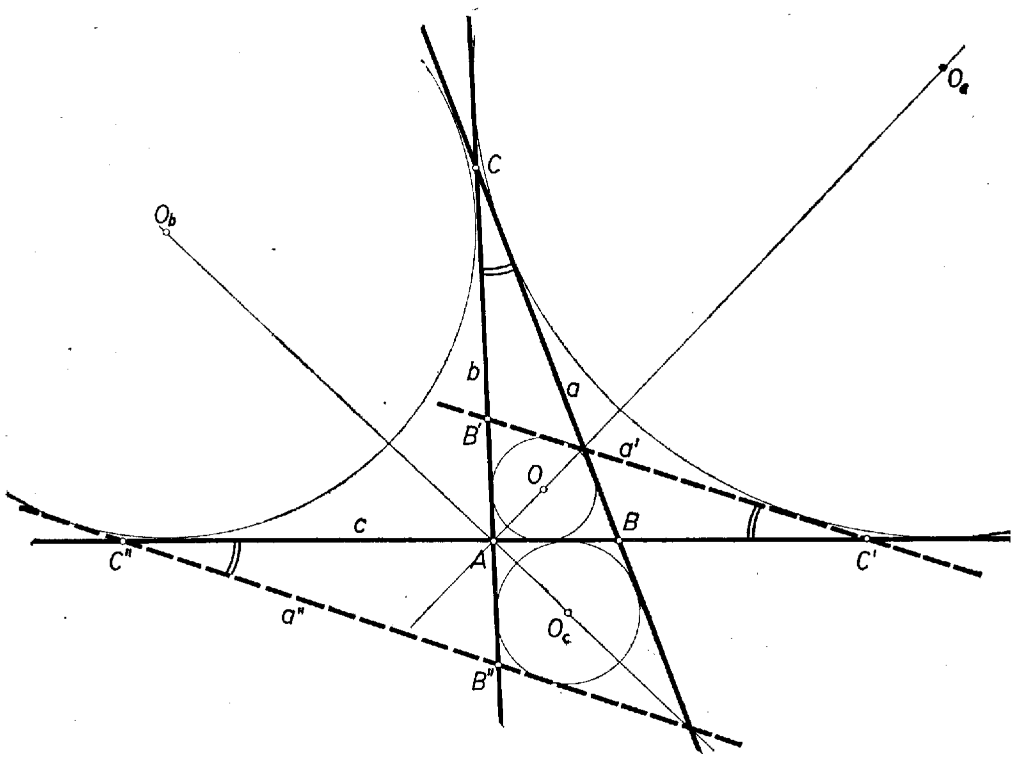
I. megoldás. Az ABC háromszög a oldalegyenese a beírt és az O_a középpontú hozzáírt kör egyik közös belső érintője. Jelöljük e két kör másik közös belső érintőjét a'-vel. Az a egyenes érinti a másik két hozzáírt kört is, mint e körök közös külső érintője. Jelöljük ennek a két körnek a másik közös külső érintőjét a''-vel. Bebizonyítjuk, hogy $a' \parallel a''$.



Két kör együttesen tükrös a középpontjukon át húzott egyenesre, a két kör úgynevezett centrálisára. Ebből következik, hogy két kör közös belső érintői, és ugyanúgy közös külső érintői is tükrösek a két kör centrálisára. Így pl. a' az a oldal tükörképe az OO_a centrálisra vonatkozóan, a-nak az O_bO_c centrálisra vonatkozó tükörképe pedig a''. Eszerint az a' egyenest két különböző tengelyre vonatkozó egymás utáni tükrözés átviszi az a'' egyenesbe. Tudjuk viszont, hogy két egymást metsző egyenesre való tükrözés együttesen egy olyan elforgatást eredményez, amelynek a szöge a tükörtengelyek egymással alkotott szögének kétszerese, és a forgatás középpontja a két tengely metszéspontja. Az egyik tükörtengely OO_a, a b és c egyenesek egyik szögfelezője, a másik O_bO_c, ugyanennek az egyenespárnak a másik szögfelezője. A két szögfelező, mint tudjuk, merőleges egymásra. Tehát az a' egyenest két egymásra merőleges egyenesre való tükrözés, vagyis az A pont körüli $180°$-os elforgatás viszi át az a'' egyenesbe, és így csakugyan $a' \parallel a''$.

Hasonló jelöléssel és gondolatmenettel következik az is, hogy $b' \parallel b''$ és $c' \parallel c''$.

II. megoldás. Az előző megoldás jelöléseit használjuk. Jelöljük továbbá a' és b metszéspontját B'-vel, a' és c metszéspontját C'-vel, a'' és b, ill. a'' és c metszéspontját B''-vel, ill. C''-vel. A szimmetria miatt $BC'CB'$ egyenlő szárú trapéz, tehát húrnégyszög, és így $BC'B'\sphericalangle = BCB'\sphericalangle$. Ugyanezt mondhatjuk a $BCC''B''$ négyszögről is. Ennélfogva $BCB''\sphericalangle = BC''B''\sphericalangle$. Ezek szerint $BC'B'\sphericalangle = BC''B''\sphericalangle$, és így $a' \parallel a''$.