I. megoldás. A feladat teljes értékű megoldásának számít, ha a két egyenlő jegyre végződő háromjegyű számok közül kikeressük az összes 7-tel oszthatókat és mindezeken ellenőrizzük, hogy számjegyeik összege valóban osztható-e 7-tel. (Ilyen eljárást azonban csak akkor ügyes használni, ha valamilyen rendszerezéssel munkamegtakarítást tudunk elérni az egyenkénti kikereséssel szemben.)

A kérdéses számok kiválogatását könnyűvé teszi a következő észrevétel. A számokat két rész összegére bontva: a százasra és a két egyenlő jeggyel írt számra, ezeknek 7-tel való osztási maradéka vagy mindkét részben 0, vagy összegük 7. (Pl. $322 = 7 \cdot 46$-ban 300 és 22-nek 7-es maradéka 6, illetőleg 1.) Állítsuk tehát össze, mely két egyenlő jeggyel írt számok adnak 7-tel osztva 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 maradékot, másrészt, hogy mely kerek százasok adnak rendre 0, 6, 5, 4, 3, 2, 1 maradékot, ezek összeadásából megkapjuk valamennyi szóban forgó számot.

Maradék	Végződés	Maradék	Százas	A szám	A jegyek összege
0	00, 77	0	700	700, 777	7, 21
1	22, 99	6	300	322, 399	7, 21
2	44	5	600	644	14
3	66	4	200, 900	266, 966	14, 21
4	11, 88	3	500	511, 588	7, 21
5	33	2	100, 800	133, 833	7, 14
6	55	1	400	455	14

Valóban valamennyi számban a számjegyek összege osztható 7-tel.

II. megoldás. Legyen a szóban forgó háromjegyű szám $\overline{abb} = 100a + 10b + b = 100a + 11b$, így számjegyeinek összege $a + 2b$.Tegyük fel, hogy $N = 100a + 11b$ 7-nek többszöröse, be kell bizonyítanunk, hogy akkor $a + 2b$ is osztható 7-tel. Vonjuk ki N-ből a 7-tel szintén osztható $98a + 7b$-t, a maradék: $2a + 4b = 2(a + 2b)$ szintén osztható 7-tel. Mivel 7 és 2 relatív prím számok, ez csak úgy lehetséges, ha $a + 2b$ osztható 7-tel.[1]

Megjegyzések. 1. A II. megoldás bizonyítása meg is fordítható, és így igaz a következő állítás: ha egy háromjegyű szám utolsó két jegye megegyezik, és számjegyeinek összege osztható 7-tel, akkor a szám is osztható 7-tel; ha pedig a számjegyek összege nem osztható, akkor a szám sem osztható 7-tel.

2. Az algebrai megoldás többet igazol a bizonyítandó tételnél: nemcsak háromjegyű, hanem bármely $100a+11b$ alakú szám ahol a és b tetszőleges egész számok – akkor és csak akkor osztható 7-tel, ha $a+2b$ osztható. Pl. $100\cdot 243 + 11\cdot 22 = 24\,542$ szám esetén $243 + 2 \cdot 22 = 287$ osztható 7-tel, tehát a szám is osztható 7-tel. Mivel azonban általában nem könnyű egy egész számról azt megállapítani, hogy írható-e egész a, b-vel $100a + 11b$ alakban, ahol $b \geqq 10$, azért ez a tétel oszthatósági vizsgálatok könnyítésére csak két egyező jegyre végződő számoknál lehet hasznos.

[1] Ez pl. abból következik, hogy $4 \cdot 2(a + 2b) = 7(a + 2b) + (a + 2b)$ is, és így $a + 2b$ is osztható 7-tel.