I. megoldás: Észrevehetjük, hogy a szorzat első és negyedik tényezőjének számtani közepe egyenlő a második és harmadik tényező számtani közepével, $x+\frac{5}{2}$-del. Tekintsük ezt új ismeretlennek, legyen tehát

$$x+\frac{5}{2}=z, \qquad \text{azaz } x=z-\frac{5}{2}, \tag{2}$$

így a

$$\left(z-\frac{5}{2}\right)\left(z-\frac{1}{2}\right)\left(z+\frac{1}{2}\right)\left(z+\frac{5}{2}\right)+8=\left(z^2-\frac{25}{4}\right)\left(z^2-\frac{1}{4}\right)+8=0,$$

azaz

$$z^4-\frac{13}{2}z^2+\frac{153}{16}=0$$

egyenletre jutunk. Kiszámítva a gyököket, majd (2) szerint az ezekhez tartozó x értékeket:

$$z^2=\frac{13}{4}\pm 1 \qquad \begin{aligned} z_1&=\frac{\sqrt{17}}{2}, & x_1&=\frac{\sqrt{17}-5}{2},\\ z_2&=-\frac{\sqrt{17}}{2}, & x_2&=\frac{-\sqrt{17}-5}{2},\\ z_3&=\frac{3}{2}, & x_3&=-1,\\ z_4&=-\frac{3}{2}, & x_4&=-4,\end{aligned}$$

az egyenletet megoldottuk. Látjuk, hogy mind a négy gyök valós.

II. megoldás: Vegyük észre, hogy (1) első tagjában az első és negyedik tényező szorzata a második és harmadik tényező szorzatától csak állandóban különbözik. Egyenletünk tehát ilyen alakúra hozható:

$$(x^2+5x)(x^2+5x+6)+8=0.$$

Vegyük új ismeretlennek az új első tényezőt:

$$x^2+5x=w, \tag{3}$$

így a

$$w(w+6)+8=0$$

egyenletre jutunk, melynek gyökei:

$$w_1=-2, \qquad w_2=-4.$$

Ezeket rendre (3)-ba helyettesítve nyerjük, hogy a w_1-hez tartozó két x gyök éppen az I. megoldás során nyert x_1 és x_2, míg a w_2-höz tartozó két gyök a fenti x_3 és x_4-gyel egyezik meg.

Megjegyzések. 1. Minden

$$(x+a)(x+b)(x+c)(x+d)+e=0$$

alakú egyenlet megoldható akár az I., akár a II. megoldásban alkalmazott helyettesítéssel, hacsak az a, b, c, d számok két egyenlő összegű párba kapcsolhatók, pl.

$$a+b=c+d.$$

2. Az adott egyenlet elég egyszerű ahhoz, hogy az egész gyökökre némi próbálgatással is rá lehessen jutni. Azonban maga az a feltevés, hogy a gyökök egész számok, általában indokolatlan, hiszen pl. az

$$x(x+2)(x+3)(x+5)+10=0$$

egyenletnek egyik gyöke sem egész, sőt még csak nem is valós, amiről könnyen meggyőződhetünk, ha a gyököket akár az I., akár a II. megoldásban alkalmazott helyettesítéssel kiszámítjuk. Annyi mindenesetre látható az (1)-beli szorzaton, hogy x nem lehet (racionális) tört, mert $x=p/q$-val – ahol p és q relatív prím egészek, $q>1$ –, mind a négy tényező tört, és nevezője q, márpedig egyenlő nevezőjű nem egyszerűsíthető törtek szorzata nem lehet egész.