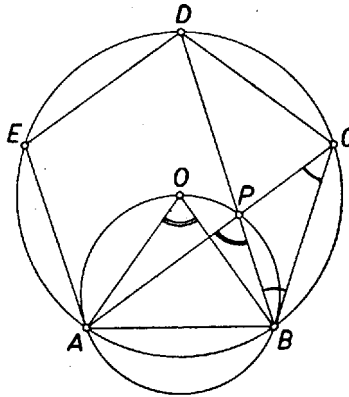


A bizonyításban az ábra jelöléseit vesszük alapul; csak az ott egy, ill. két ívvel jelölt szögekről lesz szó, ezért elég lesz a szögeket a csúcsuknál levő betűvel jelölni.



Be kell bizonyítanunk, hogy az  $A$ ,  $B$ , és  $O$  ponton átmenő kör átmege a  $P$  ponton is. Mint tudjuk (a kerületi szögekre vonatkozó tétel és megfordítása alapján) ez akkor és csak akkor igaz, ha  $O\angle = P\angle$ . De  $O\angle = 2C\angle$ , tehát elég azt bizonyítanunk, hogy  $P\angle = 2C\angle$ .  $P\angle$  viszont a  $PBC$  háromszög egyik külső szöge, tehát elég azt belátnunk, hogy  $C\angle = B\angle$ . Ez azonban nyilvánvaló, hiszen az ötszög szabályos, és így az  $\widehat{AB}$  és  $\widehat{CD}$  ívek, amelyeken ezek a szögek nyugszanak, egyenlők. Ezzel a bizonyítást befejeztük.

*Megjegyzések.* 1. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy bár a bizonyítandó állításból indultunk ki, a továbbiakban nem azt vizsgáltuk, hogy *ebből* az állításból mi következik, hanem azt, hogy mi az, *amiből* ez következik.

2. Az ötszög szabályos voltából csak annyit használtunk ki a bizonyításban, hogy  $\widehat{AB}$  és  $\widehat{CD}$  a körnek két egyenlő, közös pont nélküli, egyező irányítású íve. Sőt, a bizonyítás kis módosítással kiterjeszthető arra az esetre is, amikor a két ívnek van közös pontja, akár közös ívdarabja is; csak azt kell kikötnünk, hogy az  $A$ ,  $B$ ,  $C$  és  $D$  pontok közül legalább három különböző legyen, mert különben  $AC$  és  $BD$  egy egyenesbe esik, és így metszéspontjukról nem beszélhetünk. Igaz tehát a következő állítás:

*Ha  $\widehat{AB}$  és  $\widehat{CD}$  az  $O$  középpontú körnek két egyenlő és egyező irányítású íve (vagyis ha  $A$ -ból ugyanakkora abszolút értékű és ugyanolyan irányú forgás visz  $B$ -be, mint  $C$ -ből  $D$ -be), akkor az  $AC$  és a  $BD$  egyenes metszéspontja – ha létezik – rajta van az  $A$ ,  $O$  és  $B$  pontokon átmenő kör kerületén.*