A szimmetria érdekében jelöljük az öt egymás után következő egész szám közül a középsőt a-val, ekkor a feladat annak igazolása, hogy az

$$S=(a-2)^2+(a-1)^2+a^2+(a+1)^2+(a+2)^2=5(a^2+2)$$

szám osztható 5-tel, de 25-tel nem osztható.

a és azért a^2+2 is egész és S első tényezője 5, ezért S osztható 5-tel. S akkor és csak akkor lenne 25-tel is osztható, ha a második tényezője, a^2+2 is osztható volna 5-tel. Evégett a^2+2-nek vagy 0-ra, vagy 5-re kellene végződnie, tehát a^2 végződése 8, vagy 3 lenne. Négyzetszám azonban sem 8-ra, sem 3-ra nem végződhet, ezért a^2+2 sem végződhet 0, vagy 5-re, tehát 5-tel nem lehet osztható a semmilyen egész értéke mellett sem, és így S nem osztható 25-tel.

Megjegyzés: Elkerülhetjük a négyzetszámok lehetséges végződéseire történő hivatkozást, ha megvizsgáljuk az a^2+2 kifejezés 5-tel való oszthatóságát minden 5-tel való oszthatóság szempontjából különböző a mellett. Ezek a következők:

$a=5b$ (ahol b egész szám), ekkor $a^2+2=25b^2+2$, és ez 5-tel osztva 2-t ad maradékul;

$a=5b\pm 1$ esetén $a^2+2=25b^2\pm 10b+3$, ez 5-tel osztva 3-at ad maradékul;

$a=5b\pm 2$ esetén $a^2+2=25b^2\pm 20b+6$, ez 5-tel osztva 1-et ad maradékul.

Végigvizsgáltunk minden lehetséges esetet, és azt találtuk, hogy a^2+2 egyik esetben sem osztható 5-tel.