I. megoldás: Ha a kisebbik tényezőt x-szel jelöljük, akkor a másik tényező $x+6$, és a követelmény szerint

$$x^4+(x+6)^4=272. \tag{1}$$

Szimmetrikusabbá válik azonban egyenletünk, ha a tényezők számtani közepét választjuk ismeretlennek. Ezt z-vel jelölve a két tényező $z-3$ és $z+3$, így

$$(z-3)^4+(z+3)^4=272,$$

és rendezve z páratlan kitevős hatványai kiesnek:

$$z^4+54z^2-55=0,$$

vagyis z^2-ben másodfokú egyenletre jutunk. Ennek gyökei $z_{1,2}^2=1$-ből $z_1=1$ és $z_2=-1$, a másik, $z_{3,4}^2=-55$ gyökből z_3 és z_4-re nem kapunk valós értéket. A z_1 gyökhöz tartozó tényezőpár -2 és $+4$, a z_2-höz tartozó -4 és $+2$, a szorzat mindkét esetben -8, ez az egyetlen (valós) szám, amely feladatunk követelményeinek megfelelhet. Valóban $(-2)^4+4^4=(-4)^4+2^4=272$.

II. megoldás: Jelöljük a keresett számot n-nel, a feladat szerinti tényezőit x-szel és y-nal. Ekkor, feltéve, hogy $x>y$,

$$x-y=6, \tag{2}$$

$$xy=n, \tag{3}$$

$$x^4-y^4=272. \tag{4}$$

Innen közvetlenül n-re is kaphatunk egyenletet, ha (3)-at és (4)-et $x(-y)=-n$, $x^4+(-y)^4=272$ alakban írva észrevesszük, hogy egyenleteink bal oldalán x és $-y$ szimmetrikus függvényei állnak. Így (ugyanis várható, hogy a (2)-ből adódó

$$[x+(-y)]^4=6^4=1296 \tag{5}$$

egyenlet bal oldalát, amely szintén szimmetrikus függvénye x és $-y$-nak, lehet úgy alakítani, hogy benne csak (2), (3) és (4) bal oldala szerepeljen. Valóban, kifejtés után

$$x^4-4x^3y+6x^2y^2-4xy^3+y^4-(x^4+y^4)-4(x-y)^2xy-2(xy)^2=1296,$$

tehát

$$272-4\cdot 6^2n-2n^2=1296, \qquad n^2+72n+512=0,$$

és innen $n_1=-8, n_2=-64$.

Minthogy azonban (2)-ről (5)-re áttérve nem ekvivalens átalakítást végeztünk, ki kell próbálnunk, hogy a kapott számok kielégítik-e a feladat feltételeit. Evégett meg kell határoznunk az x, y tényezőket is. Ezeket (2) és (3)-ból számíthatjuk ki. n_1-gyel ugyanarra a két tényezőpárra jutunk, mint az I. megoldásban, n_2-höz pedig nem tartozik (valós) tényezőpár, ezt tehát nem tekinthetjük megoldásnak.

Megjegyzés. A versenyzők többsége *indokolatlanul* feltételezte, hogy a tényezők egész számok, ezekre azután (1), ill. (4)-ben végzett próbálgatással rá is jutott. Volt, aki csak azt tételezte fel, hogy a tényezők racionálisak, és kimutatta, hogy (ebben az esetben) a tényezők egész számok, továbbá, hogy a feladat túlhatározott, amennyiben a (2) egyenlet felesleges, mert 272 csak egyféleképpen írható két egész szám negyedik hatványának összegeként. – Ámde a feladat szerint sem a két tényezőnek, sem magának a keresett szorzatnak nem kell még racionálisnak sem lennie! Tekintsünk két ellenpéldát. (2) és (3)-at változatlanul hagyva legyen pl. a tényezők negyedik hatványainak összege a kitűzött feladattól eltérően: $x^4+y^4=386$; ekkor az előzőhöz hasonló számítással $x=\sqrt{2}+3, y=\sqrt{2}-3$, $n=-7$ adódik, tehát a keresett szám racionális, de a tényezők irracionálisok. Ha pedig (2) és (3)-at ismét meghagyva $x^4+y^4=200$, akkor $x=\sqrt{\sqrt{748}-27}+3$, $y=\sqrt{\sqrt{748}-27}-3$, $n=\sqrt{748}-36$, tehát a tényezőkkel együtt a keresett szám is irracionális.