A (2) feltételi egyenlőség négyzete alkalmas rendezéssel így írható:

$$1 = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} + 2\left(\frac{xy}{ab} + \frac{yz}{bc} + \frac{zx}{ca}\right) = \\ = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} + \frac{2xyz}{abc}\left(\frac{c}{z} + \frac{a}{x} + \frac{b}{y}\right).$$

A második zárójelbeli kifejezésben ráismerünk (1) bal oldalára, amely 0-val egyenlő. Ennek figyelembevételével kapott egyenlőségünk azonos (3)-mal, a bizonyítandó állítással.

Az (1) és (2) feltevéseknek csak úgy van értelmük, ha az a, b, c, x, y, z számok 0-tól különbözők, így pedig az alkalmazott átalakítások megengedett azonos átalakítások voltak.

Megjegyzés. A látottaknál valamivel több ismeret felhasználásával az állítás így is bizonyítható. x/a, y/b, z/c-t u, v, w-vel jelölve ezek 0-tól különböző valós számok, feltételeink szerint

$$(4) \qquad u+v+w=1, \qquad \frac{1}{u}+\frac{1}{v}+\frac{1}{w}=0, \qquad \text{amiből} \quad vw+wu+uv=0,$$

és $u^2+v^2+w^2$-et kell meghatároznunk. (4) első és harmadik kifejezése együtthatóként szerepel a $T=(t-u)(t-v)(t-w)$ kifejezésnek t hatványai szerint rendezett polinomalakjában, eszerint uvw-t d-vel jelölve

$$(5) \qquad T = t^3-(u+v+w)t^2+(uv+vw+wu)t-uvw = t^3-t^2-d.$$

Hozzuk most két módon polinomalakra a $T^* = (t^2-u^2)(t^2-v^2)(t^2-w^2)$ szorzatot. Egyrészt

$$T^* = (t-u)(t-v)(t-w)[-(-t-u)(-t-v)(-t-w)] = TT',$$

ahol T' annak a kifejezésnek (-1)-szerese, amely T-ből t-nek $-t$-vel való helyettesítésével áll elő; ennélfogva $T' = -[(-t)^3-(-t)^2-d] = t^3+t^2+d$, és így $T^* = (t^3-t^2-d)(t^3+t^2+d) = t^6-t^4-2dt^2-d^2$.
Másrészt az (5)-höz hasonló kifejtéssel

$$T^* = t^6-(u^2+v^2+w^2)t^4+(u^2v^2+v^2w^2+w^2u^2)t^2-u^2v^2w^2.$$

A két polinomalakból az egyező fokú tagok együtthatóinak összehasonlításából kapjuk a bizonyítandó

$$\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=\right) u^2+v^2+w^2=1$$

egyenlőséget, továbbá leolvashatjuk az

$$(6) \qquad \left(\frac{x^2y^2}{a^2b^2}+\frac{y^2z^2}{b^2c^2}+\frac{z^2x^2}{c^2a^2}=\right) u^2v^2+v^2w^2+w^2u^2 = -2d = -uvw \left(=-2\frac{xyz}{abc}\right)$$

összefüggést is. Ebből az is látszik, hogy u, v, w közül kettő pozitiv és egy negatív kell hogy legyen. Ez valóban leolvasható a (4) feltételi egyenletekből is: a második szerint nem lehet mindhárom egyező előjelű; ha pedig kettő, pl. v és w negatív, akkor az első egyenlet szerint mindkettő abszolút értéke kisebb, mint u-é, tehát $\frac{1}{u}$ kisebb $\left|\frac{1}{v}\right|$ és $\left|\frac{1}{w}\right|$-nél, így $\frac{1}{u}+\frac{1}{v}$ negatív, és ez méginkább áll $\frac{1}{u}+\frac{1}{v}+\frac{1}{w}$-re.

A (6) azonosság közvetlenül is nyerhető a feltételi egyenletekből:
$u^2v^2+v^2w^2+w^2u^2 = (uv+vw+wu)^2-2uvw(u+v+w) = -2uvw.$