

A keresett N szám egyes helyi értékű jegyeként csak 6-nál nagyobb jegyek jöhetnek szóba, mert különben a 3-mal nagyobb N' szám harmadik jegye legfeljebb 9 lenne, vagyis nagyobb lenne N harmadik jegyénél, első két jegye egyeznék N -ével, tehát N' jegyeinek összege nem lehetne kisebb N jegyeinek összegénél.

Így N utolsó jegye 7, 8, vagy 9, ezért ettől N' utolsó jegye a tízes összevonás folytán $+3 - 10 = -7$ -tel tér el, vagyis 7-tel kisebb, az összevont 1 tízest pedig N tízeseihez adjuk hozzá. Aszerint, hogy ez a jegy 9-nél kisebb, vagy 9-cel egyenlő, a továbbiakra két eset adódik; a százás jegy csak az utóbbiban változik meg.

Ha a tízes helyi értékű jegy N -ben kisebb 9-nél, akkor N' -ben 1-gyel nagyobb, tehát N' jegyeinek összege csak $7 - 1 = 6$ -tal kisebb N -énél. Ez a csökkenés N jegyei összegének kétharmad része, tehát N jegyeinek összege 9. – Ha már most N utolsó jegye 7, akkor első két jegyének összege 2, innen N -re 207, 117 és 027 adódik, az utóbbi azonban nem valódi háromjegyű szám. Hasonlóan kapjuk – utolsó jegynek 8-at, 9-et véve – a 108, 018 és 009 számokat.

N tízes helyi értékű jegyét 9-nek véve N' tízes jegye $9 + 1 = 10$ -ből 0-nak, azaz 9-cel kisebbnek adódik, százás jegye pedig 1-gyel nagyobbak – hacsak nem N százás jegye is 9. Ha N százás jegye kisebb 9-nél, akkor N' százás jegye 1-gyel nagyobb, tehát N' jegyeinek összege $7 + 9 = 16$ -tal csökken és 1-gyel nő, azaz végeredményben 15-tel csökken. Ez azonban nem lehet egész szám két harmadrésze, s így a feladatnak ilyen megoldása nincs. – Ha végül N százás jegye is 9 volna, akkor N' jegyeinek összege $7 + 9 + 9 = 25$ -tel csökkenne és – az ezres helyi értékben – 1-gyel nőne, tehát 24-gyel csökkenne. – Ebből a jegyek összege 36 lenne, ami lehetetlen, mert háromjegyű szám jegyeinek összege legfeljebb $3 \cdot 9 = 27$, – tehát ilyen megoldás sincs.

Ezek szerint feladatunknak csak a 207, 117 és 108 számok tehetnek eleget. Mindhárom meg is felel, mert a 3-mal nagyobb 210, 120, 111 számban a jegyek összege 3, harmada a 9-nek.

Megjegyzések. 1. Sok versenyző próbálgatás útján találta meg a fenti számokat. Ezzel persze nem bizonyították, hogy csak ez a három megoldás van. – Többen kellő indokolás nélkül kimondták, hogy a jegyek összege csak 9 lehet, vagy hogy az utolsó jegy csak 7, 8, vagy 9 lehet. Mindezek nem tekinthetők teljes értékű megoldásnak.

2. Tetszetősen indul, de sokkal több munkával vezet célhoz a következő gondolatmenet. Mivel N' jegyeinek s' összege harmada N jegyei összegének, azért N jegyeinek összege: $s = 3s'$, osztható 3-mal, és ezért ugyanez áll magára N -re is. Így $N' = N + 3$ is osztható 3-mal, ezért ez áll s' -re is: $s' = 3k$, és így $s = 9k$. Háromjegyű számban a jegyek összege legfeljebb 27, így $s = 9$, vagy 18, vagy 27. Könnyű belátni, hogy 999, az egyetlen 27 jegyösszegű háromjegyű szám, nem megoldás, de az $s = 18$ lehetőségnek vizsgálata hosszadalmas. Az $s = 9$ feltevésből – a fentihez hasonlóan – könnyen adódik a három megoldás.