

I. megoldás: Vönjuk ki az adott számok összegéből, 86-ból, a készítendő csoportok összegének eltérését, 9-et. A maradékot, 77-et két egyenlő részre osztva kapnók a kisebb összegű csoport összegét. De máris látjuk, hogy a kívánt felosztás lehetetlen, mert 77 páratlan, a fele nem egész, adott számaink viszont valamennyien egészek.

Megjegyzések. 1. Lényegében ugyanígy bizonyították a kívánt felosztás lehetetlenségét azok is, akik a kisebb összegű csoportban szereplő számok összegét x -szel jelölve – így a másik csoport összege $x + 9$ – az $x + (x + 9) = 86$ egyenletről mutatták meg, hogy megoldása tört szám.

2. Több versenyző úgy vélte megoldani a feladatot, hogy elhagyta az adott számok között szereplő 9-et, és azt mutatta meg, hogy a fennmaradt számok nem oszthatók két egyenlő összegű csoportba. Bármennyire hasonlít is ez a gondolat a fenti megoldáshoz, – mégsem azonos vele, és nem teljes bizonyítás. Ebből csak azt látjuk, hogy olyan megoldása nincs a feladatnak, melyben a 9-es a nagyobb összegű csoportba tartozik. Olyan megoldás viszont még nem lehetetlen, amelyben a 9-es a kisebb összegű csoport tagja. Ha pl. az adottak helyett a 9, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2 számokat kellene ugyanazon követelmény mellett két csoportba osztani, ez lehetséges: a kisebb összegű csoportban egyedül a 9-es áll, a másikban a 2-esek, bár – mint könnyű belátni – a 9-es itt sem lehet a nagyobb összegű csoportnak tagja.

3. Általában: adott egész számokat nem lehet úgy két csoportra osztani, hogy a csoportok összegének eltérése adott egész szám legyen, ha a számok összegéből az előírt eltérést levonva páratlan számot kapunk. De ha így páros szám adódik, ebből még nem következik, hogy a kívánt csoportosítás lehetséges. Pl. a 9, 2, 2, 2, 2, 2, számcsoporthoz nem osztható ketté követelményünk szerint, bár összegüknek és az eltérésnek különbsége osztható 2-vel: $(19 - 9) : 2 = 5$.

4. Megállapításunk több csoportra a következőképpen általánosítható. Adott egész számok k számú, adott, egész eltérésű csoportra való felbonthatóságának szükséges – de, mint láttuk, nem elegendő – feltétele az, hogy a számok összegéből az eltérések összegét levonva k -val osztható számot kapjunk. (Ez az összeg úgy értendő, hogy valamennyi csoport összegének egy bizonyos, kijelölt számcsoporthoz való eltéréseit vesszük, előjelükkel együtt.)

II. megoldás: A feladat ezt kívánja: alkossunk a felsorolt egész számokból olyan két csoportot, hogy a bennük levő számok összegének különbsége 9 legyen, a két összeg összeadva pedig 86-ot adjon. Ez lehetetlen, mert ha két egész szám különbsége páratlan, akkor a két szám ellentétes párosságú, és ezért összegük is páratlan.