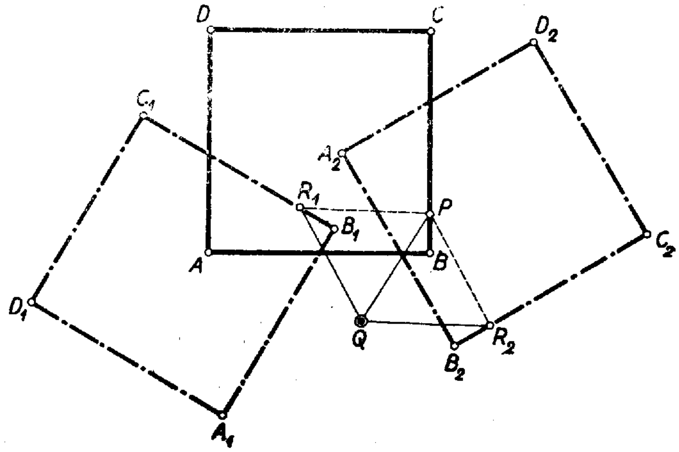
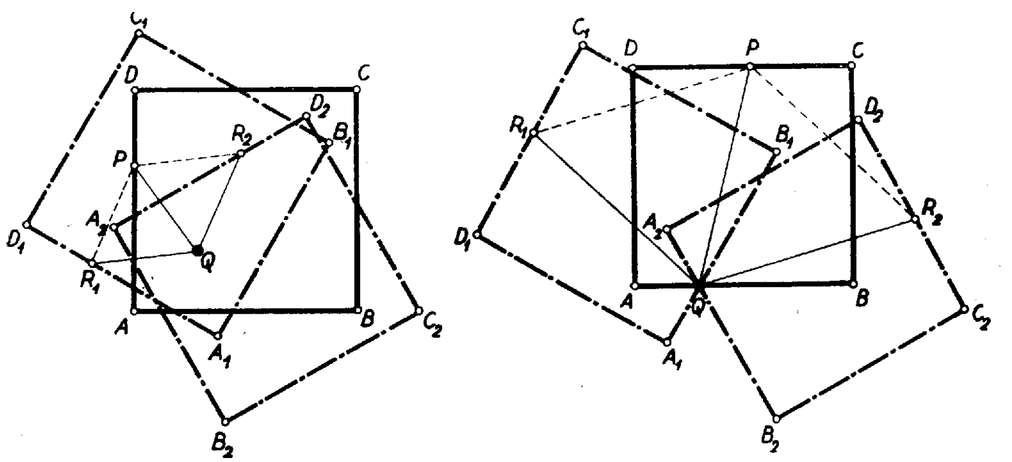
A PQ szakasz fölé két szabályos háromszög írható, amelyeknek PQ közös oldala. Ha egy szabályos háromszög egy csúcsa körül az egyik oldalát megfelelő irányban 60°-kal elfordítjuk, akkor ez a csúcsból induló másik oldalt fedi. Ha az utóbbi oldalt akarjuk az előbbivel fedésbe hozni, ezt az első forgatással ellentétes irányú 60°-os elforgatással érhetjük el.



Legyen a PQ szakasz fölé rajzolható két szabályos háromszög PQR_1 és PQR_2 a betűzést úgy választva, hogy QP-t QR_1-be pozitív (az óramutató járásával ellentétes), QR_2-be pedig negatív irányban lehessen 60°-os elforgatással beleforgatni.



Ekkor az R_1 pontok is, az R_2 pontok is egy-egy $ABCD$-vel egybevágó négyzetet, $A_1B_1C_1D_1$-et, ill. $A_2B_2C_2D_2$-t fogják befutni egyszer, míg P végigfut az $ABCD$ négyzeten. Ez a két négyzet úgy keletkezik az adottból, hogy ezt Q körül 60°-kal elforgatjuk pozitív, illetőleg negatív irányban.

Valóban, az $ABCD$ négyzet bármely P pontját Q körül 60°-kal elforgatva pozitív irányban egyrészt az $A_1B_1C_1D_1$ négyzet egy R_1 pontját kapjuk, másrészt viszont R_1 az elmondottak szerint a PQ-ra rajzolható szabályos háromszög egyik csúcsa. Fordítva, ha az $A_1B_1C_1D_1$ négyzet egy R_1 pontját forgatjuk el Q körül negatív irányban 60°-kal, akkor egyrészt az $ABCD$ négyzet egy P pontjába jutunk vissza, másrészt PQR_1 olyan szabályos háromszög, amelyben a QP oldal Q körül pozitív irányú 60°-os elforgatással hozható QR_1-gyel fedésbe. Ugyanez áll pozitív és negatív forgatás felcserélésével az $A_2B_2C_2D_2$ négyzetre vonatkozóan is. Ezzel állításunkat igazoltuk.

Megjegyzések: 1. Az $ABCD$ négyzet semmilyen tulajdonsága nem szerepelt meggondolásainkban, így bármilyen síkidom pontjain is futtatjuk végig P-t, a feladatban leírt eljárással a síkidomnak Q körül pozitív és negatív irányban 60–60°-kal elforgatott képét kapjuk mértani helyül.

2. Meggondolásaink abban az esetben is érvényesek, ha Q a négyzet (illetőleg az adott síkidom) egy pontja, kivéve ha P egybeesik Q-val, amikor szabályos háromszög nem alkotható. Ez esetben célszerű „elfajult szabályos háromszög"-nek tekinteni egy pontot (mely a háromszög három egybeeső csúcsa).