

Azt mondjuk, hogy egy c egész szám többszöröse egy d egész számnak (vagy, hogy c osztható d -vel, vagy d osztója c -nek), ha van olyan q egész szám, amelyre $c = dq$. Oszthatósági kérdésekben célszerű lehet pozitív osztókra szorítkozni, vagyis d -ről, vagy esetleg a definícióban szereplő mindegyik számról feltenni, hogy természetes szám, máskor viszont éppen fordítva, célszerű minden egész számot megengedni.

Azt a kérdést kell tehát megvizsgálni, hogy milyen a egész számokhoz, illetőleg pozitív egész számokhoz van olyan k egész szám, amelyre teljesül a

$$(1) \quad 97a^2 + 84a - 55 = ka$$

egyenlőség. Az a -t tartalmazó tagokat egy oldalra rendezve és a -t kiemelve

$$(97a + 84 - k)a = 55.$$

Ezek szerint 55-öt kell két pozitív egész, ill. két egész tényező szorzatává alakítani. Pozitív egész tényezős felbontások $1 \cdot 55$, $5 \cdot 11$, továbbá a tényezők felcserélésével keletkező felbontások, a további egész felbontások pedig úgy keletkeznek, hogy a pozitív felbontások mindkét tényezőjének negatívját vesszük. Így a következő pozitív egész a értékek felelnek meg: 1, 5, 11, 55, az összes egész értékeket tekintve pedig ezekhez negatívjaik: -1 , -5 , -11 , -55 járulnak.

Megjegyzés: Bollobás Béla felvetette azt az általánosabb kérdést is, hogy a -ról nem tételezve fel, hogy egész, milyen a értékekre lesz a szóban forgó kifejezés a -nak egész számszorosa, vagyis milyen (nem feltétlenül egész) a számokra áll fenn (1) egész k -val. A feladat fogalmazása ezt az értelmezést is megengedi, ez a kérdés azonban már nem tárgyalható a fenti módon. A kérdés most az, hogy milyen a -kra teljesül egész k -val a

$$(2) \quad 97a^2 + (84 - k)a - 55 = 0$$

egyenlet. Itt k akkor és csak akkor egész, ha a $84 - k = l$ szám egész. Ezt a jelölést bevezetve az

$$a = \frac{-l \pm \sqrt{l^2 + 21340}}{194}, \quad (l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

számok és csak ezek felelnek meg a felvetett követelményeknek.