Jelöljük az adott szögkülönbséget δ-val. Ha a c oldal és a kerület adott, akkor ismert a másik két oldal összege $a+b$ is. A szerkeszthetőséghez természetesen szükséges, hogy

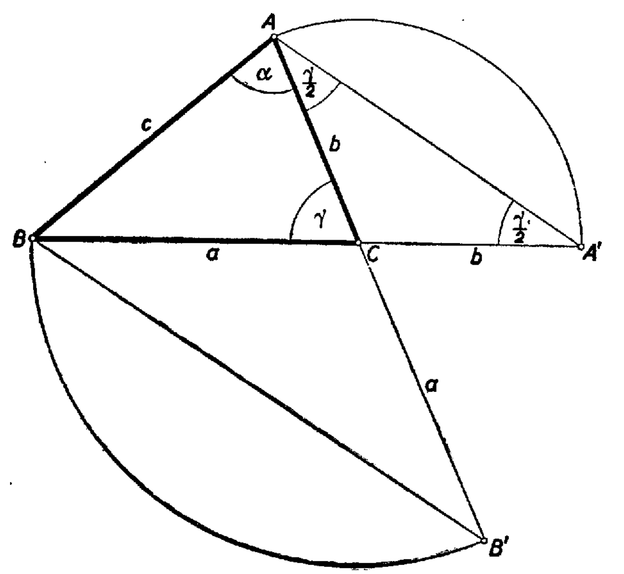
$$a+b=k-c>c,$$

azaz

$$2c<k$$

legyen.

Forgassuk rá egy tetszésszerinti ABC háromszögben pl. a $BC=a$ oldal meghosszabbítására a $CA'=b$ oldalt (1. ábra).



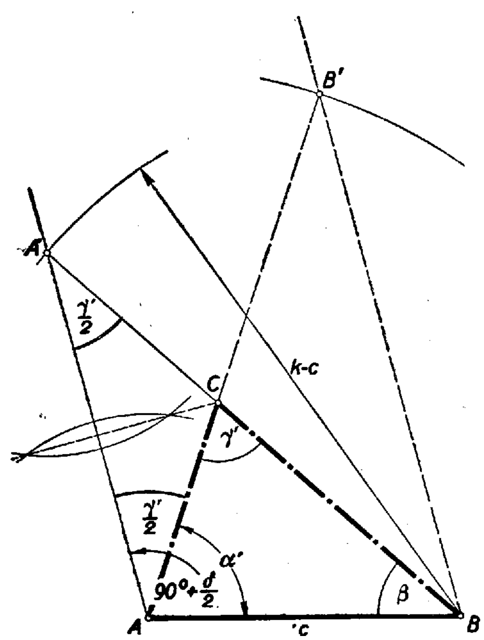
1. ábra

A keletkezett ACA' egyenlő szárú háromszög C csúcsánál levő külső szöge az ABC háromszög γ szöge, így az AA' alapon fekvő szögek $\frac{\gamma}{2}$ nagyságúak.

Számítsuk ki a keletkező ABA' háromszögben az A-nál levő szöget:

$$A'AB\sphericalangle=\alpha+\frac{\gamma}{2}=\alpha+\frac{180^\circ-(\alpha+\beta)}{2}=90^\circ+\frac{\alpha-\beta}{2}=90^\circ+\frac{\delta}{2}.$$

Az $AA'B$ háromszögben ismert tehát két oldal és a nagyobbikkal szemközti szög, így ez egyértelműen megszerkeszthető. Az AA' oldal felező merőlegese metszi ki az $A'B$ oldalból a C pontot (2. ábra).



2. ábra

Ez a BA' oldal belsejére esik, mert az $A'AB$ szög tompaszög.

A keletkezett ABC háromszög kielégíti a feltételeket, mert – szögeit α', β', γ'-vel jelölve – az ACA' háromszög szerkesztés szerint egyenlő szárú, így az alapon fekvő szögei feleakkorák, mint a C csúcsnál levő külső szög, γ'. Ezért

$$\alpha' - \beta' = 90^\circ + \frac{\delta}{2} - \frac{\gamma'}{2} - \beta' = 90^\circ + \frac{\delta}{2} - \frac{180^\circ - (\alpha' + \beta')}{2} - \beta' = \frac{\delta}{2} + \frac{\alpha' - \beta'}{2}.$$

Innen

$$\alpha' - \beta' = \delta,$$

másrészt a C csúcsból induló oldalak összege

$$AC + CB = A'C + CB = A'B,$$

szintén az előírt $k - c$ érték.

Megjegyzés: Az AA' oldal a C csúcsból induló szögfelezővel párhuzamos, és ha az AC oldal meghosszabbítására mérjük rá a CB-vel egyenlő CB' távolságot, akkor ugyanúgy BB' is párhuzamos a szögfelezővel. (1. ábra). A szerkesztés ennek alapján úgy is befejezhető, hogy az $AA'B$ háromszög után ugyanarra az AB oldalra megszerkesztjük az ABB' háromszöget ($BB' || AA'$ és $AB' = k - c$) is. Ekkor C az AB' és $A'B$ oldalak metszéspontjaként adódik (2. ábra).