Azt fogjuk megállapítani, hogy egy újabb egyenes meghúzása mennyivel növelheti a síkrészek számát. Az első egyenes a síkot két részre osztja. Egy második egyenes, ha metszi az elsőt, mindkét síkrészből egy-egy újabb síkrészt választ le, s így két egyenes 4 részre osztja a síkot. Egy harmadik egyenes, ha metszi az első kettőt különböző pontokban, akkor három síkrészt oszt újra ketté, s így 3-mal szaporítja a síkrészek számát. Egy negyedik egyenes annyi síkrészt oszt tovább, ahány részre ezt az egyenest az előzőkkel való metszéspontjai osztják. A negyedik egyenes tehát legfeljebb 4-gyel szaporíthatja a síkrészek számát, annyival akkor, ha mindegyik egyenest metszi, de nem megy át semelyik kettő metszéspontján.

Általában ha $n-1$ egyenes van a síkban és meghúzunk egy n-ediket ezt az előzőkkel való metszéspontok részekre osztják (véges szakaszokra és a két szélső metszésponttól végtelenbe nyúló két félegyenesre). Az egyenes minden egyes része egy-egy síkrészt kettéoszt. Az n-edik egyenesnek az előzőkkel maximálisan $n-1$ metszéspontja lehet (ha nem megy át az előző egyenesek metszéspontjain), és ezek n-részre osztják az egyenest. Ha tehát 20 egyenest egymásután húzunk meg, az első két részre osztja a síkot, a továbbiak sorra $2,3,4,\ldots,20$-szal szaporítják a síkrészek számát, ha nincs köztük párhuzamos és semelyik 3 egyenes nem megy át egy ponton. Így 20 egyenes

$$2+2+3+4+\ldots+20=2+(2+20)+(3+19)+(4+18)+\ldots+(10+12)+11=2+9\cdot 22+11=211$$

részre osztja a síkot.

Egymás után húzva az egyeneseket, végtelenbe nyúló síkrészek csak végtelenbe nyúló síkrészekből keletkezhetnek. Végtelenbe nyúló síkrész elvágása esetén csak akkor lesz mindkét rész végtelenbe nyúló, ha a részekre osztó egyenesnek végtelenbe nyúló része osztja ketté, mert a feltétel szerint nem lehetnek az egyenesek között párhuzamosak. Így minden egyenes 2-vel szaporítja a végtelenbe nyúló síkrészek számát. Mivel ez első egyenes is 2 végtelenbe nyúló részre osztja a síkot, így kétszer annyi a végtelenbe nyúló síkrészek száma, mint az egyeneseké. Speciálisan a 20 egyenes szolgáltatta síkrészek közül 40 lesz végtelenbe nyúló.

Jegyzet: 1. Ugyanúgy akárhány egyeneshez meghatározhatjuk, hogy mekkora a legtöbb síkrész száma, amelyre ennyi egyenessel fel lehet a síkot osztani. A síkrészek megszámlálásához azt kellett tudni, hogy a keletkező metszéspontok az egyenest hány részre osztják. Hasonló gondolatmenettel tovább is lehet menni annak meghatározására, hogy adott számú síkkal a teret hány részre lehet osztani.

2. A végtelenbe nyúló síkrészeket összeszámlálhatjuk a következőképpen is. Kerítsük körül az egyenesek összes metszéspontját pl. egy elég nagy körrel. Ez a kör a végtelenbe nyúló síkrészeken halad keresztül, mindegyikbe egy íve esik; mivel párhuzamos egyenesek nincsenek, nem eshet két ív ugyanabba a síkrészbe, így annyi síkrész nyúlik a végtelenbe, ahány részre az egyenesek a kört osztják. n egyenes esetén ezek a kört $2n$ pontban metszik és ugyanennyi ívre is osztják, tehát n egyenes esetén: $2n$, speciálisan 20 egyenes esetén: 40 a végtelenbe nyúló síkrészek száma.

Megjegyzés: Számos versenyző a feladat szövegében szereplő »egyenes« fogalmát összetévesztette a »szakasz« fogalmával. Természetesen megoldást nem találhatott.