

**I. megoldás:** A mutatóknak az óralapon megtett útját célszerű a teljes körüljárás 60-ad részével (a nagymutató 1 percnyi útjával) vagy 12-ed részével (a kismutató egy órai útjával) mérni.

A 2 és 3 óra közti mutatóállásnál legyen a kismutatónak a 2 órától kezdve megtett útja, a körüljárás 60-ad részében mérve  $x$ . Ekkor a kismutató a 12-es számtól  $10 + x$  egységre van, a nagymutató pedig  $12x$ -nyire.

Ha 6 óra után  $y$  egységre mozdult el a kismutató a felcserélt mutatókkal ugyanezen álláshoz, akkor a második helyzetben a kismutató  $30 + y$ -nyire a nagy pedig  $12y$ -nyire van a 12-estől. Feltétel szerint

$$\begin{aligned}10 + x &= 12y, \\12x &= 30 + y\end{aligned}$$

kell hogy legyen. Innen

$$x = \frac{370}{143} = 2\frac{84}{143}, \quad y = \frac{150}{143} = 1\frac{7}{143}.$$

Tehát a keresett időpont

$$2 \text{ óra } 31\frac{7}{143} \text{ perc } (\approx 31 \text{ p } 2,9 \text{ mp}).$$

A megfelelő időpont 6 és 7 óra között

$$6 \text{ óra } 12\frac{84}{143} \text{ perc } (\approx 12 \text{ p } 35,2 \text{ mp}).$$

**II. megoldás:** Az ismeretlenek meghatározására abból is nyerhetünk egyenleteket, hogy bármely időpontban olyan arányban osztja a kismutató a két szomszédos egész órát jelölő szám közti ívet, mint amilyen a 12-es számtól az egyik és másik irányban a nagymutatóig terjedő ívek aránya.

Válasszuk egységnek a teljes kör 12-ed részét, a kérdéses mutatóállásnál legyen az egyik mutató a 2-es szám után  $x$  beosztással, a másik a 6-os után  $y$  beosztással. Ekkor a fenti megjegyzést a 2 és 3 óra közti időre vonatkoztatva

$$\frac{x}{1-x} = \frac{6+y}{6-y},$$

6 és 7 óra közötti mutatóállást tekintve pedig

$$\frac{y}{1-y} = \frac{2+x}{10-x}.$$

Ezekből

$$12x = 6 + y, \quad 12y = 2 + x.$$

Ha még tekintetbe vesszük, hogy itt a mértékszámok ötödei az előző megoldásban szereplő  $x$  és  $y$  értékeknek, akkor láthatjuk, hogy lényegében az ott szereplő egyenletrendszert kaptuk vissza.

**III. megoldás:** Egy ismeretlennel is megoldhatjuk a feladatot. Az első megoldás jelöléseit használva a kis és nagymutató helyét 2 és 3 óra közt a  $10 + x$  és  $12x$  elfordulások adják most. Ha most a kismutató van 6 és 7 közt a  $12x$  helyen, akkor a nagymutató helyzetét a  $12(12x - 30)$  elfordulás jelzi, tehát

$$10 + x = 12(12x - 30).$$

Itt tulajdonképpen nem tettünk egyebet, mint hogy okoskodás útján küszöböltük ki az első megoldás egyenletrendszérében szereplő  $y (= 12x - 30)$  ismeretlent.

*Jegyzet:* Sokan választották a mutatók helyzetének meghatározására a következő utat (az elfordulásokat ismét a teljes kör 12-ed részével mérve): A 2 és 3 óra közti mutató állásánál a nagymutató 6 és 7 közt van. Ez azt jelenti, hogy a kicsi a 2-es számtól legalább  $6/12$  és legfeljebb  $7/12$  távolságra lehet. Ekkor 6 és 7 óra közt a nagymutató van a 12-estől számítva  $2 + \frac{6}{12} = \frac{30}{12}$  és  $2 + \frac{7}{12} = \frac{31}{12}$ -del jelzett határok közt, tehát a kicsi a 6 után legalább  $\frac{30}{144}$ -del, de legfeljebb  $\frac{31}{144}$ -del kell hogy legyen. Ekkor azonban a nagymutató is ezen határok közt van 6 és 7 közt, vagyis a 12-től mérve legalább  $6 + \frac{30}{144} = \frac{894}{144}$  és legfeljebb  $6 + \frac{31}{144} = \frac{895}{144}$ -nyire. Így a kismutatóról azt is tudjuk, hogy a 2-estől legalább  $\frac{894}{12^3}$ -nyire és legfeljebb  $\frac{895}{12^3}$ -nyire van. Hasonlóan szűkíthetők egyre jobban a mutatók helyzetére adható határok. Pl.  $1/12^3 = 1/1728$ -ad beosztás (vagyis 5 perc ugyanennyied része) kevesebb mint 0,2 másodperc, tehát már a kapott értékek is jó közelítést adnak. Alkalmos ez a fokozatos közelítési eljárás a pontos érték meghatározására is, azonban ennek a keresztülvitele lényeges új fogalmak tisztázásán keresztül történhetne csak, ami nem állna arányban a feladat nehézségével.

*Megjegyzés:* Feltűnően sok versenyző idegenkedett a pontos eredményt szolgáltató közönséges törtektől és inkább közelítő értéket szolgáltató tizedes törtekkel számolt pontatlanul.