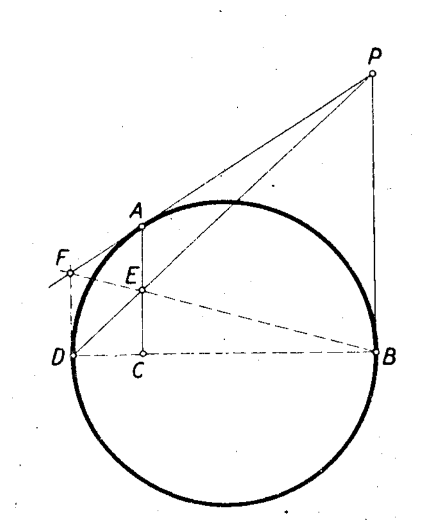
I. megoldás: Legyen AC és DP metszéspontja E, továbbá messe a PA egyenes a kör D-ben húzott érintőjét F-ben (1. ábra).



1. ábra

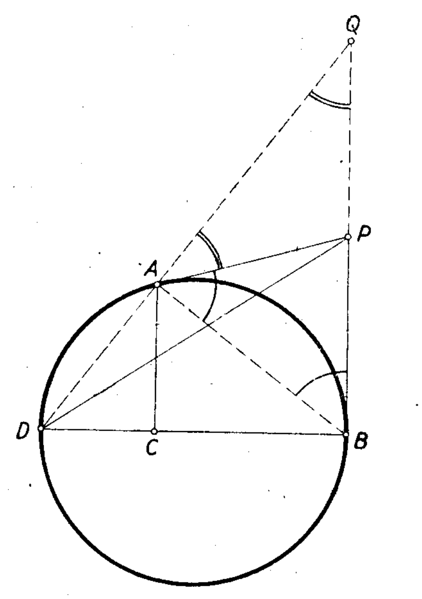
Bebizonyítjuk, hogy E a $BPFD$ trapéz átlóinak metszéspontja. Egyrészt

$$FD = FA \qquad \text{és} \qquad PA = PB,$$

mint egy pontból húzott érintők. Az átlók metszéspontja az átlókat a párhuzamos oldalak arányában osztja, ugyanúgy, mint A az FP szakaszt, tehát az A-t az átlók metszéspontjával összekötő egyenes párhuzamos a párhuzamos oldalakkal s így azonos az AC egyenessel.

Ismert tétel szerint[1] az átlók metszéspontja felezi a rajta át a párhuzamos oldalakkal párhuzamosan húzott szakaszt, s így a feladat állítását igazoltuk.

II. megoldás: Messe DA meghosszabbítása BP-t Q-ban (2. ábra).

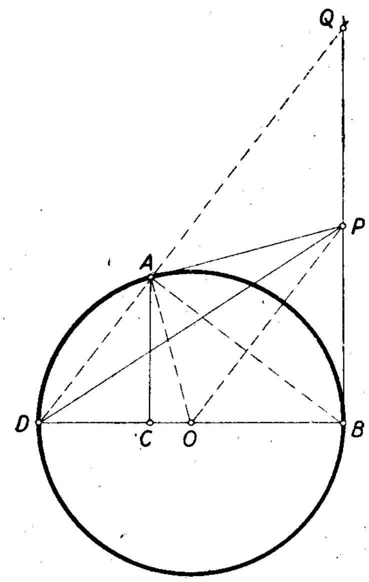


2. ábra

Mivel az ABP háromszög egyenlő szárú, így az ABQ derékszögű háromszögben a PAQ és PQA szögek egyenlő szögeket pótolnak $90°$-ra vagyis az APQ háromszög is egyenlő szárú. Így $QP = PB$, tehát DP a BDQ háromszög súlyvonala, tehát felezi a BQ-val párhuzamos AC szakaszt is, és ez volt a bizonyítandó.

III. megoldás: Az AD egyenes párhuzamos a P pontot a kör O középpontjával összekötő egyenessel (3. ábra).

[1] Matematika gimnáziumok II. osztálya számára. Tankönyvkiadó 1953. 30. old.



3. ábra

Ugyanis az AB egyenes merőleges AD-re. Thales tétele szerint, PQ-ra pedig azért, mert utóbbi szögfelezője, az előbbi pedig alapja az APB egyenlőszárú háromszögnek.

Mivel O felezi a BD szakaszt, ezért P is felezi a BP egyenesnek B-től az AD egyenessel való Q metszéspontjáig terjedő szakaszát. DP tehát súlyvonala a BDQ háromszögnek s így felezi a BQ-val párhuzamos AC szakaszt is. Ezzel igazoltuk a feladat állítását.

Jegyzet: AD és PO párhuzamossága sok más úton is belátható, például így: az ADB kerületi szög fele az AOB középponti szögnek (3. ábra). Mivel a két szög B-n átmenő szárai egy egyenesbe esnek, így AD párhuzamos a középponti szög felezőjével, ez pedig a PO egyenes, mert a $PAOB$ négyszög deltoid.

Megjegyzés: Itt a leggyakoribb hiba az volt (mint az a bizonyítási feladatnál általában lenni szokott), hogy a bizonyítandó tétellel egyenértékű állítást használtak fel a versenyzők bizonyítás nélkül. Pl. az 1. ábrában *feltételezték,* hogy BE és FE szakaszok egy egyenesen vannak stb.