

A keresett kéttagú kifejezésben az egyik változó nem fordulhat elő. Határozzuk meg a háromtagú kifejezést úgy, hogy négyzetét levonva az adott kifejezésből, a különbség már csak két változót tartalmazzon, pl. ne tartalmazzon x -et. Ezt úgy érhetjük el, hogy az adott kifejezést x szerint rendezzük.

$$(1) \quad F(x, y, z) = x^2 + 2x(y - 3z) + (5y^2 - 22yz + 16z^2).$$

Ezután az első két, x -et tartalmazó, tagot teljes négyzetté egészítjük ki

$$x^2 + 2x(y - 3z) = [x + (y - 3z)]^2 - (y - 3z)^2.$$

Ezt (1)-be helyettesítve és összevonva

$$(2) \quad F(x, y, z) = (x + y - 3z)^2 - 4y^2 - 16yz + 7z^2.$$

Most az y -os tagokat egészítsük ki teljes négyzetté.

$$4y^2 - 16yz = (2y - 4z)^2 - 16z^2.$$

Ezt (2)-be helyettesítve

$$\begin{aligned} F(x, y, z) &= (x + y - 3z)^2 + (2y - 4z)^2 - 16z^2 = \\ &= (x + y - 3z)^2 + (2y - 4z)^2 - (3z)^2. \end{aligned}$$

Megjegyzés: A bemutatott eljárással bármely háromváltozós polinom, melynek minden tagja csak egy változó négyzetét vagy csak két változó szorzatát tartalmazza, átalakítható egy háromtagú, egy kéttagú és egy egytagú polinom teljes négyzetének algebrai összegévé. Az átalakítás azonban általában irracionális együtthatókat hozhat be, még ha az eredeti kifejezés együtthatói racionális vagy éppen egész számok voltak is. Természetesen előfordulhat, hogy az egyes kifejezésekben egyes tagok hiányoznak (együtthatójuk 0), esetleg a 3 négyzetes kifejezés közül valamelyik teljesen hiányozhat.

Végül megemlítjük azt is, hogy a négyzetösszegé alakítás másképpen is lehetséges. pl. a fenti kifejezésre igazolható az

$$F(x, y, z) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{11}{4}y - 4z\right)^2 - \left(\frac{17}{4\sqrt{41}}x + \frac{\sqrt{41}}{4}y\right)^2 + \left(\frac{6}{\sqrt{41}}x\right)^2$$

átalakítás helyessége is és sok másé.