I. megoldás: A baloldalakat polinommá alakítva

$$x^3 + x^2y + xy^2 + y^3 = a, \tag{1}$$
$$x^3 - x^2y - xy^2 + y^3 = b \tag{2}$$

egyenletekhez jutunk. Miután mind a két egyenlet harmadfokú és az egyik sem látszik alacsonyabb fokúra redukálhatónak, az egyenletrendszer megoldásánál majd köbgyökvonást kell végeznünk. Arra törekszünk tehát, hogy a változók lehető egyszerű kifejezésének teljes köbét állítsuk elő.

Összeadva (1)-et és (2)-t, továbbá osztva kettővel

$$x^3 + y^3 = \frac{a+b}{2}. \tag{3}$$

A baloldalt $3x^2y + 3xy^2$ egészítené ki $(x+y)$ köbére. Vegyük észre, ha kivonjuk (2)-t, éppen ilyen alakú kifejezéshez jutunk:

$$2x^2y + 2xy^2 = a - b.$$

Mindkét oldalt $\frac{3}{2}$-vel szorozva nyerjük

$$3x^2y + 3xy^2 = \frac{3(a-b)}{2} \tag{4}$$

(3) és (4) összege

$$x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 = (x+y)^3 = \frac{a+b+3a-3b}{2} = 2a - b.$$

Köbgyököt vonva

$$x + y = \sqrt[3]{2a-b}. \tag{5}$$

Másrészt (4)-et így alakíthatjuk át:

$$xy(x+y) = \frac{a-b}{2},$$

melybe $x+y$ (5) alatt nyert értékét behelyettesítve,

$$xy = \frac{a-b}{2\sqrt[3]{2a-b}}. \tag{6}$$

Eszerint x és y a következő másodfokú egyenlet gyökei

$$z^2 - \sqrt[3]{2a-b} \cdot z + \frac{a-b}{2\sqrt[3]{2a-b}} = 0.$$

Megoldva az egyenletet:

$$z_1 = x_1 = y_2 = \frac{\sqrt[3]{2a-b} + \sqrt{\sqrt[3]{(2a-b)^2} - \frac{2(a-b)}{\sqrt[3]{2a-b}}}}{2},$$
$$z_2 = x_2 = y_1 = \frac{\sqrt[3]{2a-b} - \sqrt{\sqrt[3]{(2a-b)^2} - \frac{2(a-b)}{\sqrt[3]{2a-b}}}}{2}.$$

II. megoldás: Vezessünk be új változókat. Legyen

$$x + y = u, \quad \text{és} \quad xy = v.$$

Az új változók behelyettesítése céljából átalakítjuk egyenleteinket

$$(x+y)(x^2+y^2) = (x+y)\left[(x+y)^2 - 2xy\right] = a$$
$$(x-y)(x^2-y^2) = (x-y)^2(x+y) = \left[(x+y)^2 - 4xy\right](x+y) = b.$$

Elvégezve a behelyettesítést

$$u(u^2 - 2v) = u^3 - 2uv = a, \tag{1}$$
$$(u^2 - 4v)u = u^3 - 4uv = b. \tag{2}$$

Vonjuk ki (1) kétszereséből (2)-őt

$$u^3 = 2a - b; \qquad u = \sqrt[3]{2a-b} = x + y \tag{3}$$

(1)-ből kifejezzük v-t u-val, majd behelyettesítjük u-nak (3)-ból nyert értékét

$$v = \frac{u^3 - a}{2u} = \frac{a-b}{2\sqrt[3]{2a-b}} = xy. \tag{4}$$

Minthogy (3) és (4) megegyezik az I. megoldás (5) és (6) egyenletével az I. megoldás szerint számolhatunk tovább.

Megjegyzés: Mindkét adott függvény az x és y szimmetrikus kifejezése, amin azt értjük, hogy x és y felcserélésével változatlan marad. Az $u = x + y$ és $v = xy$ kifejezéseket a két változó elemi szimmetrikus kifejezéseinek nevezzük. Bebizonyítható, hogy bármely szimmetrikus kifejezés pusztán a négy alapművelet segítségével kifejezhető az elemi szimmetrikus kifejezésekkel, mégpedig egyértelműen. A II. megoldásban ezt tettük.