

I. megoldás: Legyenek a számok: $a, a + 1, a + 2, a + 3$, ahol $a \geq 1$.

Feladatunk tehát az

$$a(a + 1)(a + 2)(a + 3) + 1$$

kifejezést polinomná alakítani és arról kimutatni, hogy ez egy másik polinom négyzete.

$$(a^2 + a)(a^2 + 5a + 6) + 1 = a^4 + 6a^3 + 11a^2 + 6a + 1.$$

Ez a polinom csak olyan háromtagú polinom négyzeteként keletkezhetett, amelynek első tagja a^2 és harmadik tagja 1. A középső tagját, x -et, meg kell határozni.

$$(a^2 + x + 1)^2 = a^4 + 2a^2x + x^2 + 2a^2 + 2x + 1.$$

A nyert kifejezést összehasonlítva polinomunkkal nyerjük, hogy $x = 3a$ esetén a két polinom tagról-tagra megegyezik, tehát

$$a(a + 1)(a + 2)(a + 3) + 1 = (a^2 + 3a + 1)^2.$$

II. megoldás: Ügyesebb a szorzatot úgy csoportosítani, hogy az első és utolsó, továbbá a két középső tényezőt szorozzuk össze:

$$\begin{aligned} a(a + 1)(a + 2)(a + 3) + 1 &= (a^2 + 3a)(a^2 + 3a + 2) + 1 = \\ &= (a^2 + 3a)^2 + 2(a^2 + 3a) + 1 = (a^2 + 3a + 1)^2. \end{aligned}$$