I. megoldás: Vigyük át az első egyenlet baloldaláról az utolsó tagot a jobboldalra:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{a+b+c}-\frac{1}{c}, \qquad \frac{a+b}{ab}=\frac{-(a+b)}{c(a+b+c)}.$$

Redukáljuk az egyenletet 0-ra és emeljük ki $(a+b)$-t:

$$(a+b)\left(\frac{1}{ab}+\frac{1}{c(a+b+c)}\right)=\frac{(a+b)[ab+(a+b)c+c^2]}{abc(a+b+c)}=$$
$$=\frac{(a+b)(a+c)(b+c)}{abc(a+b+c)}=0.$$

Ez csak úgy lehet 0, ha a számláló 0. Teljesen hasonlóan a második egyenlet

$$\frac{(a^n+b^n)(b^n+c^n)(c^n+a^n)}{a^nb^nc^n(a^n+b^n+c^n)}=0$$

alakba írható. Mivel páratlan pozitív egész n-re

$$u^n+v^n=(u+v)(u^{n-1}-u^{n-2}v+\ldots-uv^{n-2}+v^{n-1}),$$

azért a számláló osztható az

$$(a+b)(b+c)(c+a)$$

szorzattal, így a második egyenlőség is teljesül, ha az első teljesül.

II. megoldás: Az első egyenletet átalakítva

$$\frac{ab+bc+ca}{abc}=\frac{1}{a+b+c}, \quad \text{vagyis} \quad (a+b+c)(ab+bc+ca)=abc.$$

Írjunk fel egy olyan egyenletet, melynek gyökei a, b és c:

$$0=(x-a)(x-b)(x-c)=x^3-(a+b+c)x^2+(ab+bc+ca)x-abc=$$
$$=x^3-(a+b+c)x^2+(ab+bc+ca)x-(a+b+c)(ab+bc+ca)=$$
$$=x^2[x-(a+b+c)]+(ab+bc+ca)[x-(a+b+c)]=$$
$$=[x-(a+b+c)][x^2+(ab+bc+ca)].$$

Az első alakról látható, hogy ez csak akkor teljesülhet, ha x megegyezik a b, c valamelyikével, az utolsóból viszont következik, hogy a kifejezés eltűnik, ha $x=a+b+c$, tehát utóbbinak meg kell egyeznie az előbbiek valamelyikével pl.

$$a+b+c=a, \quad c=-b,$$

s így páratlan egész n-re

$$\frac{1}{a^n}+\frac{1}{b^n}+\frac{1}{c^n}=\frac{1}{a^n}+\frac{1}{b^n}-\frac{1}{b^n}=\frac{1}{a^n}=\frac{1}{a^n+b^n+(-b)^n}=\frac{1}{a^n+b^n+c^n}$$

is teljesül.