I. megoldás: Bontsuk törzstényezőkre az osztót:

$$61\,875 = 3^2 \cdot 5^4 \cdot 11 = 9 \cdot 11 \cdot 625.$$

Mivel itt az egyes tényezők páronként relatív primek, azért ahhoz, hogy a keresett szám e szorzattal osztható legyen szükséges és egyben elegendő is, hogy az egyes tényezők külön maradék nélkül meg legyenek benne.

625-tel azok és csak azok a számok oszthatók, amelyeknek utolsó 4 jegyéből álló szám is osztható 625-tel. (L. »K. M. L.« 1953. márciusi számában a 88. oldalon a 70. sz. gyakorlatot.) 625-nek 4000 és 4999 közt csak egy többszöröse van:

$$7 \cdot 625 = 4375, \quad \text{tehát} \quad 4zuv = 4375.$$

9-cel osztva minden szám ugyanazt a maradékot adja, mint a számjegyeinek összege, tehát kell, hogy

$$x + 6 + 1 + y + 0 + 6 + 4 + 3 + 7 + 5 = x + y + 32 = 9m.$$

11-gyel osztva minden szám ugyanannyi maradékot ad, mint az a szám, amelyet kapunk, ha az egyesektől kezdve, minden második számjegyet összeadunk és ebből az összegből levonjuk a kihagyott számjegyek összegét (L. »K. M. L.« 1953. márciusi számában a 81. oldalon a 475. sz. feladatot.) Jelen esetben

$$\begin{gathered}(5+3+6+y+6)-(7+4+0+1+x)=(20+y)-(12+x)= \\ =8+y-x=11n.\end{gathered}$$

Tehát

$$x + y = 9m - 32 \quad \text{és} \quad -x + y = 11n - 8.$$

Itt x és y egyjegyű számok, tehát

$$0 \le x + y \le 18, \qquad -9 \le -x + y \le 9,$$

és így $m = 4$ vagy 5, $n = 0$ vagy 1. Mivel pedig két egész szám összege és különbsége közül nem lehet az egyik páratlan, a másik páros, így $m = 4$, $n = 0$ vagy $m = 5$, $n = 1$ felelhet meg. Első esetben y-ra negatív szám adódnék, tehát csak $x + y = 13$ és $-x + y = 3$ lehetséges, ahonnan $x = 5$ és $y = 8$.

A keresett szám tehát

$$5\,618\,064\,375,$$

és ennek valóban oszthatónak kell lennie 61 875-tel, mert az utolsó 3 jegy választása folytán osztható 625-tel, x és y megválasztása folytán pedig osztható 9-cel és 11-gyel.

II. megoldás: Ha a szám osztható 61 875-tel, akkor pl. a 16-szorosa osztható $16 \cdot 61\,875 = 990\,000$-rel, tehát minden esetre négy 0-val végződik. A kérdéses szám utolsó négy számjegye $4 \cdot 16 = 64$ folytán megegyezik a

$$4000 + 16 \cdot zuv$$

szánt utolsó négy jegyével. Mivel $16 \cdot zuv < 16\,000$, tehát csak úgy kaphatunk négy 0-ra végződő számot, ha

$$16 \cdot zuv = 6000, \quad \text{vagyis} \quad zuv = 375.$$

A keresett szám 16-szorosának ezenkívül még 99-cel kell oszthatónak lennie. Mivel 16 és 99 relatív primek, ez csak akkor következik be, ha az eredeti szám is osztható 99-cel. 99-re viszont egyszerű oszthatósági szabály található. (L. »K. M. L.« 1953. áprilisi számában a 118. oldalon a 74. sz. gyakorlatot.) Mivel

$$\begin{gathered}100 = 99 + 1,\ 10\,000 = 99 \cdot 101 + 1,\ 1\,000\,000 = 99 \cdot 10\,101 + 1, \\ 100\,000\,000 = 99 \cdot 1\,010\,101 + 1, \ldots\end{gathered}$$

ezért a keresett szám ugyanannyi maradékot ad 99-cel osztva, mint a következő kétjegyű számok összege:

$$x6 + 1y + 06 + 43 + 75 = xy + 140.$$

Ez a szám 140-nél nagyobb, 240-nél kisebb, tehát csak úgy lehet 99-cel osztható, ha $2 \cdot 99 = 198$-cal egyenlő, mely esetben

$$xy = 58, \quad \text{tehát} \quad x = 5,\ y = 8,$$

és így a keresett szám

$$5\,618\,064\,375,$$

és ez valóban osztható 61 875-tel, mert osztható 99-cel, tehát a 16-szorosa is osztható vele, és a 16-szorosa ezenkívül négy 0-val végződik. Tehát 990 000-rel osztható a szám 16-szorosa és így az eredeti mindenesetre osztható ennek 16-odával, 61 875-tel.