I. megoldás: *a)* Ha n 3-mal osztható, akkor nyilvánvaló, hogy szorzatunk is osztható 3-mal. Ha n 3-mal nem osztható, akkor $5n$ sem osztható 3-mai, és így $5n-1$ és $5n+1$ közül az egyik osztható 3-mal, mert három egymásután következő szám: $5n-1$, $5n$, $5n+1$ közül az egyik feltétlenül osztható 3-mal.

b) Ha n páros, akkor n és $n+2$, ha pedig n páratlan, akkor $5n-1$ és $5n+1$ két egymás után következő páros szám. Két egymásután következő páros szám közül az egyik mindig osztható 4-gyel és így szorzatunk mindig osztható $2 \cdot 4 = 8$-cal.

Mind *a)*, mind *b)* alatt az összes lehetséges eseteket kimerítettük és így bebizonyítottuk, hogy szorzatunk n *minden* egész számú értéke mellett osztható 3-mal is és 8-cal is, mivel pedig e két számnak nincs közös osztója, tehát a szorzatukkal $3 \cdot 8 = 24$-gyel is.

II. megoldás: Teljes indukció is célra vezet.

$n=1$-re $1 \cdot (1+2)(5-1)(5+1) = 3 \cdot 24$ osztható 24-gyel.

Tegyük fel, hogy valamilyen $n=k$ értékre már igazoltuk az állítás helyességét, azaz

$$k(k+2)(5k-1)(5k+1) = 25k^4 + 50k^3 - k^2 - 2k = 24A,$$

ahol A valamilyen egész szám.

k helyébe $(k+1)$-et téve:

$$\begin{aligned}
&(k+1)(k+3)(5k+4)(5k+6) = 25k^4 + 150k^3 + 299k^2 + 246k + 72 = \\
=&100k^3 + 300k^2 + 248k + 72 + 25k^4 + 50k^3 - k^2 - 2k = \\
=&24(4k^3 + 12k^2 + 10k + 3) + 4k^3 + 12k^2 + 8k + 24A = \\
=&24B + 4k(k^2 + 3k + 2) + 24A = \\
=&24(A+B) + 4k(k+1)(k+2)
\end{aligned}$$

Mivel $k(k+1)(k+2)$, mint 3 egymásra következő szám szorzata osztható $2 \cdot 3 = 6$-tal, azért a nyert kéttagú összegünk második tagja is osztható $4 \cdot 6 = 24$-gyel. Tehát ha tételünk $n=k$-ra igaz, akkor $n=(k+1)$-re is igaz, de $n=1$-re igaz és így minden n egész számra fennáll.

III. megoldás:

$$\begin{gathered}
n(n+2)(5n-1)(5n+1) = n(n+2)(25n^2-1) = \\
= n(n+2)\left[24n^2 + (n2-1)\right] = 24n^3(n+2) + (n-1)n(n+1)(n+2).
\end{gathered}$$

Az első tag nyilván osztható 24-gyel, a második tag pedig 4 egymásra következő szám szorzata. Ezek közt van mindig 3-mal osztható és van két egymásutáni páros tényező, melyek közül valamelyik így 4-gyel is osztható. Szorzatunk tehát osztható $3 \cdot 2 \cdot 4 = 24$-gyel.

A versenyzők legnagyobb része diszkusszióval (I. megoldás) oldotta meg a feladatot, de gyakran nagyon hosszadalmasan. Volt olyan versenyző is, aki n-nek 24-gyel való osztásából adódó teljes 0, 1, 2..., 23 maradéksorra külön-külön bizonyított.