Az a, b, c paritása megegyezik. Ha ugyanis a három szám között páros és páratlan is szerepelne, akkor $(a-1)(b-1)(c-1)$ páros, $abc-1$ pedig páratlan lenne, egy páros szám pedig nem lehet osztója egy páratlannak.

Legyen

$$h = \frac{abc-1}{(a-1)(b-1)(c-1)},$$

azaz

(1) $$abc - 1 = h(a-1)(b-1)(c-1).$$

Mivel, $(abc-1)-(a-1)(b-1)(c-1) = a(b-1)+b(c-1)+c(a-1) > 0$, nyilván $h > 1$; másrészt

(2) $$h < \frac{abc}{(a-1)(b-1)(c-1)} = \left(1+\frac{1}{a-1}\right)\left(1+\frac{1}{b-1}\right)\left(1+\frac{1}{c-1}\right)$$

Megmutatjuk, hogy $a < 4$. Ha ugyanis $a \geq 4$ volna, akkor (mivel a, b, c, azonos paritásúak) $b \geq a+2 \geq 6$ és $c \geq b+2 \geq 8$ lenne, ezért (2) alapján

$$h < \left(1+\frac{1}{4-1}\right)\left(1+\frac{1}{6-1}\right)\left(1+\frac{1}{8-1}\right) = \frac{64}{35} < 2.$$

Ez azonban ellentmondás, mert h egész és nagyobb 1-nél.

Ezután a feladatot két esetre bontjuk aszerint, hogy a értéke 2 vagy 3.

I. Ha $a = 2$ akkor $abc-1$ páratlan, emiatt h sem lehet páros. Másrészt $b \geq 4$ és $c \geq 6$ ezért (2) alapján

$$h < \left(1+\frac{1}{2-1}\right)\left(1+\frac{1}{4-1}\right)\left(1+\frac{1}{6-1}\right) = \frac{16}{5} < 4.$$

Az egyetlen ilyen lehetséges h érték a 3. A feltételezett $a = 2$ és a kapott $h = 3$ értéket behelyettesítve (1)-be:

$$2bc - 1 = 3(b-1)(c-1).$$

Átrendezve és szorzattá alakítva:

$$bc - 3b - 3c + 4 = 0; \qquad (b-3)(c-3) = 5.$$

Mivel a bal oldalon mindkét tényező pozitív, és a második tényező a nagyobb, ez pontosan akkor teljesül, ha $b-3 = 1$ és $c-3 = 5$, vagyis ekkor

$$a = 2, \ b = 4, \ c = 8.$$

II. Ha $a = 3$, akkor $b \geq 5, c \geq 7$ és

$$h < \left(1+\frac{1}{3-1}\right)\left(1+\frac{1}{5-1}\right)\left(1+\frac{1}{7-1}\right) = \frac{35}{16} < 3,$$

tehát $h = 2$. Ebben az esetben (1) a következőképpen alakul:

$$3bc - 1 = 4(b-1)(c-1).$$

Átrendezve és szorzattá alakítva:

$$bc - 4b - 4c + 5 = 0;$$
$$(b-4)(c-4) = 11.$$

Mivel mindkét tényező pozitív, és a második a nagyobb, ez pontosan akkor teljesül, ha $b-4 = 1$ és $c-4 = 11$, vagyis ekkor

$$a = 3, \qquad b = 5, \qquad c = 15.$$