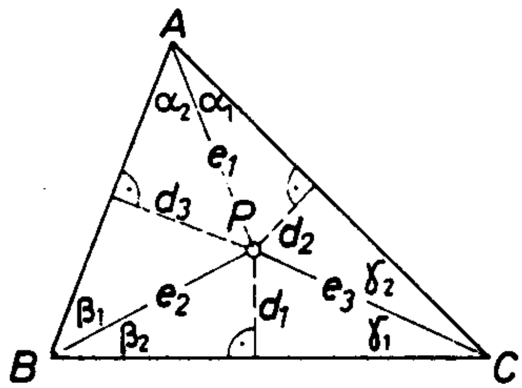
Használjuk az ábra jelöléseit.



Vegyük észre, hogy

$$\frac{\sin\alpha_1\sin\beta_1\sin\gamma_1}{\sin\alpha_2\sin\beta_2\sin\gamma_2}=\frac{\dfrac{d_2}{e_1}\cdot\dfrac{d_3}{e_2}\cdot\dfrac{d_1}{e_3}}{\dfrac{d_3}{e_1}\cdot\dfrac{d_1}{e_2}\cdot\dfrac{d_2}{e_3}}=1.$$

Tegyük fel, hogy a feladat állítása nem igaz, tehát α_1,β_1, és γ_1 is nagyobb, mint 30°. Ha például $\alpha\geq 150^\circ,\beta$ és γ is kisebb, mint 30°, így máris ellentmondásra jutottunk. Ha pedig α,β és γ mindegyike kisebb 150°-nál, akkor $\sin\alpha\cdot\sin\beta\cdot\sin\gamma>\dfrac{1}{8}$. Ugyanakkor a számtani és a mértani közepek közti egyenlőtlenség szerint

$$\sin\alpha_2\sin\beta_2\sin\gamma_2\leq\left(\frac{\sin\alpha_2+\sin\beta_2+\sin\gamma_2}{3}\right)^3.$$

A Jensen-egyenlőtlenséget felhasználva (hisz a sin függvény a $[0,\pi]$ intervallumon konkáv)

$$\sin\alpha_2+\sin\beta_2+\sin\gamma_2\leq 3\sin\frac{\alpha_2+\beta_2+\gamma_2}{3}.$$

De mivel $0^\circ<\alpha_2+\beta_2+\gamma_2<90^\circ$, $\quad 3\sin\dfrac{\alpha_2+\beta_2+\gamma_2}{3}<\dfrac{3}{2}$, így

$$\sin\alpha_2\sin\beta_2\sin\gamma_2<\left(\frac{\frac{3}{2}}{3}\right)^3=\frac{1}{8},$$

vagyis

$$\frac{\sin\alpha_1\sin\beta_1\sin\gamma_1}{\sin\alpha_2\sin\beta_2\sin\gamma_2}>1.$$

Ezzel ellentmondásra jutottunk, tehát bizonyítottuk a feladat állítását.