

Válasszuk ki az S halmazból a 2, a 3, az 5 és a 7 többszöröseit. Ezek közül akárhogyan választunk ki 5 számot, lesz kettő, amelyek ugyanannak a prímnak a többszöröseit, tehát nem relatív prímek. Az S -ből kiválasztott elemek száma a szita-formula segítségével kiszámolva 216. Ezért a keresett n egész legalább 217.

Bebizonyítjuk, hogy $n = 217$ esetén már teljesül a feltétel. Ehhez vizsgáljuk meg, hogy legfeljebb hány elem lehet S -nek egy olyan részhalmazában, amelyben nincs 5 olyan szám, amelyek páronként relatív prímek. A fent megadott 216 elemű halmaz kiválasztásakor elhagytuk a prímek és az 1 közül négy kivételével az összeset, a prímnégyzetek közül is négy kivételével az összeset, és ezeken kívül még hat darab két prím szorzataként felírható számot:

$$11 \cdot 13 \quad 11 \cdot 23 \quad 11 \cdot 17 \quad 13 \cdot 17 \quad 11 \cdot 19 \quad 13 \cdot 19$$

Az eredeti feltételnek nem megfelelő bármely halmazban is a prímek és az 1 közül legfeljebb 4 lehet, különben lenne 5 szám, amelyek páronként relatív prímek, így ezek közül legalább annyit el kell hagyni, mint az előző példában. Ugyanez igaz a prímnégyzetekre is. Már csak az kell, hogy ezeken kívül még legalább 6 elemet el kell hagyni. Alább megadok 6 db 5 elemű diszjunkt halmazt, amelyek S részhalmazai, prímet és prímnégyzetet nem tartalmaznak, és mindegyikben páronként relatív prímek vannak, tehát mindegyik halmaznak legalább egy elemét el kell hagyni az S -ből ahhoz, hogy a feltétel ne teljesüljön.

A halmazok:

$$\{2^3; 3^3; 5 \cdot 23; 7 \cdot 19; 11 \cdot 13\}$$

$$\{2^6; 3 \cdot 17; 5^3; 7 \cdot 13; 11 \cdot 23\}$$

$$\{2^4; 3^4; 5 \cdot 19; 7 \cdot 23; 11 \cdot 17\}$$

$$\{2^7; 3 \cdot 23; 5 \cdot 29; 7 \cdot 11; 13 \cdot 19\}$$

$$\{2^5; 3^5; 5 \cdot 13; 7 \cdot 17; 11 \cdot 19\}$$

$$\{2^8; 3 \cdot 19; 5 \cdot 11; 7 \cdot 29; 13 \cdot 17\}$$

Tehát, ha kiválasztunk S -ből egy 217 elemű halmazt, akkor az vagy tartalmaz egyet az előbbi 6 halmazból, vagy tartalmaz 5 prímet, vagy található benne 5 prímnégyzet. Ekkor van benne 5 szám, amelyek páronként relatív prímek. Tehát a keresett n szám a 217.