$n=3$ nyilván megoldás, hiszen $2^3+1=9$ osztható $3^2=9$-cel. Megmutatjuk, hogy más megoldás nem létezik.

Írjuk ehhez az n-et $3^k\cdot d$ alakba ($k\geq 0$, 3 és d relatív prímek). Ekkor

$$2^n+1=2^{3^kd}+1=(2^d+1)\prod_{i=0}^{k-1}(2^{2\cdot 3^id}-2^{3^id}+1). \tag{1}$$

Mivel minden páratlan t egészre $2^{2t}-2^t+1$ osztható 3-mal, de nem osztható 9-cel, ezért (1) jobb oldalán a k-tényezős szorzat 3-nak pontosan a k-adik hatványával osztható.

Ha most a fenti alakú szám megoldás, azaz $n^2=\left(3^kd\right)^2$ osztója 2^n+1-nek, akkor a „hiányzó" 3-as tényezőket az (1)-beli szorzat első tényezőjének kell tartalmaznia:

$$3^k|2^d+1,$$

ami csak a $k=0$, vagy 1 esetekben lehetséges, hiszen $(d,3)=1$ miatt $9\nmid 2^d+1$.

Megmutatjuk, hogy d értéke csak 1 lehet. Tegyük fel, hogy $d>1$ és legyen a d legkisebb prímosztója p, ami legalább 5, másfelől $(p-1,d)=1$.

A feltétel miatt

$$p|2^n+1, \tag{2}$$

a kis Fermat-tételből pedig

$$p|2^{p-1}-1$$

következik. Így a

$$2^{2n}\equiv 1 (\mathrm{mod}\ p)$$

és

$$2^{p-1}\equiv 1 (\mathrm{mod}\ p)$$

kongruenciákból

$$2^m\equiv 1 (\mathrm{mod}\ p) \tag{3}$$

következik, ahol $m=(2n,p-1)$.

Mivel $2n|2\cdot 3d$ és $(p-1,d)=1$, ezért szükségképpen $m|6$, azaz (3) szerint a p prímszám az 1, 3, 7, 63 számok valamelyikének 3-nál nagyobb prímtényezője, ami csak úgy lehetséges, ha $p=7$. Ez viszont lehetetlen, ugyanis (2) alapján ekkor $7|2^n+1$, ami egyetlen pozitív egész n kitevővel sem teljesül. A d tehát valóban nem lehet 1-nél nagyobb.

A feladat feltétele így csak azokra az $n=3^kd$ számokra teljesülhet, amelyekre $k\leq 1$ és $d=1$. Ha $k=0$, akkor $n=1$, ha pedig $k=1$, akkor $n=3$.