

Sajnos a feladatra a magyar versenyzők egyike sem talált megoldást – utólag ez bizonyult a verseny legnehezebb feladatának.

A megoldás első lépése a bizonyítandó egyenlőtlenség valamivel megfoghatóbb, beszédesebb alakban történő felírása. Rendezés után négyzetre emelve

$$k^2 - k + \frac{1}{4} < 2n,$$

azaz

$$\frac{k^2 - k}{2} + \frac{1}{8} < n$$

adódik. A bal oldal első tagja egész, így elegendő igazolnunk, hogy

$$\frac{k^2 - k}{2} \leq n - 1.$$

A bal oldalon éppen $\binom{k}{2}$, a k elem közül választható párok száma áll.

A halmaz minden P pontjához tekintsük tehát a tőle egyenlő távolságra lévő k darab S -beli pontból készíthető pontpárokat. Így összesen

$$n \cdot \binom{k}{2}$$

pontpárt kapunk. Ha most egy S -beli (A, B) pontpárt számba veszünk egy P pontnál, akkor a P rajta van az AB felezőmerőlegesén. Mivel az S -ben nincs három egy egyenesre eső pont, a fenti leszámolás során tetszőleges S -beli pontpárt legfeljebb kétszer kaphatunk meg, azaz

$$n \cdot \binom{k}{2} \leq 2 \cdot \binom{n}{2} = n \cdot (n - 1),$$

ahonnan n -nel osztva éppen a bizonyítandó állítást kapjuk.

Megjegyzés. A feladat állítása úgy is teljesül, ha elhagyjuk azt a feltételt, hogy nincs három egy egyenesre eső S -beli pont, ennek bizonyítására most nem térünk ki.