Vegyük észre, hogy ha n kettes számrendszerbeli jegyeit visszafele olvassuk (jobbról balra), akkor $f(n)$-et kapjuk! Ezt az állítást n szerinti teljes indukcióval bizonyítjuk. Nyilván:

$$f(1)=1, \quad f(2)=1, \quad f(3)=3, \; f(4)=1.$$

Tegyük fel, hogy az állítás $(n-1)$-ig igaz, és bizonyítsuk n-re.
a) $n=2k$ esetén legyen $f(k)=z$.

$$f(n)=f(2k)=f(k)=z.$$

b) Ha $n=4k+1$, legyen $2^{t-1} \leqq k < 2^t$, és $f(k)=z$,

$$f(n)=2f(2k+1)-f(k)=2\cdot(2^{t+1}+z)-z=2^{t+2}+z.$$

c) Ha $n=4k+3$, legyen $2^{t-1} \leqq k < 2^t$, és $f(k)=z$,

$$f(n)=3f(2k+1)-2f(k)=3\cdot(2^{t+1}+z)-2z=3\cdot 2^{t+1}+z.$$

A feladat megoldásait tehát azok az 1 és 1988 közé eső számok adják, melyeket ha kettes számrendszerben írunk fel, visszafele olvasva ugyanazt kapjuk. Ezeket hívjuk *palindrom* számoknak. Számoljuk össze őket.

A kettes számrendszerben $2n$ jegyű palindrom 2^{n-1} van, mert az első számjegy 1, a másodiktól az n-edik helyig állhat 0 vagy 1, ez 2^{n-1} lehetőség, és az utolsó n jegy egyértelműen meghatározott.

Hasonló okból $2n+1$ jegyű palindrom 2^n db van.

1988 a kettes számrendszerben: 11111000100 (11 jegyű). Ennél a legfeljebb 10 jegyű palindromok mind kisebbek. Ezek száma 62. Az 1988 a 11 jegyű palindromok közül az $1967=11110101111$ és $2015=11111011111$ közé esik, ezért az 1988-nál kisebb 11 jegyű palindromok száma 30.

Összesen tehát a feladatnak 92 db megoldása van.

Csirik János (Szeged, JATE Ságvári E. Gyak. Gimn., II. o. t.)