Először azt bizonyítom be, hogy a B halmaz minden eleme pontosan két A_i-ben fordul elő. A *c)* feltétel szerint minden elem legalább két A_i-ben szerepel, ezért elegendő azt megmutatni, hogy egyik elem sem fordul elő legalább három részhalmazban.

Tegyük fel, hogy X mégis eleme az A_i, A_j, A_k halmazoknak, ebből ellentmondáshoz fogunk jutni. A *b)* feltétel szerint az A_i, A_j, A_k halmazok közül semelyik kettőnek nincs az X-től különböző közös eleme. A három halmaz X-en kívüli, összesen $3 \cdot (2n-1)$ eleme így mind különböző. A továbbiakban nevezzük ezeket „mókás" elemeknek.

A *c)* feltétel szerint minden mókás elem előfordul legalább egyszer a további $2n-2$ halmazban. Összesen $3 \cdot (2n-1)$ mókás elem van, ezért valamelyik halmazban közülük 4 fordul elő $(3(2n-2)-3(2n-1))$. Ekkor ennek a halmaznak az A_i, A_j, A_k valamelyikével legalább 2 közös eleme van, ami ellentmond a *b)* feltételnek. Ezzel beláttuk, hogy a B halmaz minden eleme pontosan két A_i-ben szerepel.

Tegyük fel ezután, hogy megadtuk a megfelelő hozzárendelést a B halmaz elemein. Mivel minden A_i-nek n eleméhez rendeltünk 0-t, ezért halmazonként leszámolva összesen a $n(2n+1)$ elemhez rendeltünk 0-t. Láttuk másfelől, hogy minden elem pontosan két halmazban fordul elő, ezért a B halmaz $\dfrac{n(2n+1)}{2}$ eleméhez rendeltünk 0-t. Ez pedig csak akkor egész, ha n páros, tehát szükséges feltétel, hogy n páros legyen.

Be fogjuk bizonyítani, hogy ez a feltétel elégséges, ilyenkor megadható az előírt hozzárendelés. Írjuk fel egy szabályos $(2n+1)$-szög csúcsaira az $1,\ 2,\ \ldots,\ 2n+1$ számokat. Húzzuk be azokat az átlókat, melyek két olyan csúcsot kötnek össze, melyek között legfeljebb $\dfrac{n}{2}-1$ csúcs van. (Ez egész, mivel n páros.) Így minden csúcsból n átlót húztunk be.

Jelöljük A_i és A_j közös elemét (i,j)-vel $(i<j)$. Ez egy kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés, mivel minden elem pontosan két halmazban szerepel, és *b)* fennáll.

(i,j)-hez pontosan akkor rendeljünk 0-t, ha az i és j csúcs közötti átlót behúztuk. Mivel minden csúcsból n átló indul, ezért ez egy megfelelő hozzárendelés.

Tehát akkor és csak akkor végezhető el megfelelő hozzárendelés, ha az n páros.

Keleti Tamás (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., IV. o. t.)