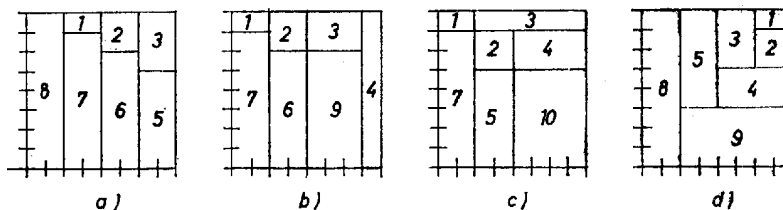


Mivel a sakktáblán 32 fehér mező van, azért

$$a_1 + a_2 + \dots + a_p = 32.$$

Innen következik, hogy p legfeljebb 7 lehet, hiszen a $b)$ feltétel szerint $p \geq 8$ esetén

$$a_1 + a_2 + \dots + a_p \geq 1 + 2 + \dots + 8 = 36 > 32.$$



Meg kell vizsgálnunk, hogy $p = 7$ lehetséges-e. Több-kevesebb próbálkozás után találunk a feladat feltételeinek megfelelő szétvágást, ilyen láthatunk az ábra $a)$ részén. Ezzel válaszoltunk a feladat első felére: p legnagyobb értéke 7.

Ahhoz, hogy az összes lehetséges, $p = 7$ értékhez tartozó sorozatot előállítsuk, nézzük meg, az a_1, \dots, a_7 számok között milyen számok szerepelhetnek? 1–10-ig bármely szám szerepelhet. 11 nem, hiszen $11 \cdot 2 = 22$ négyzetből álló téglalapot 8×8 -as négyzetből nem lehet kivágni. 11-nél nagyobb sem szerepelhet, hiszen ekkor a többi hat *különböző* természetes szám összege legfeljebb $32 - 12 = 20$ lehetne, viszont $1 + 2 + \dots + 6 = 21$.

A 8, 9, 10 számok közül legalább egynek szerepelnie kell, hiszen az első 7 természetes szám összege csak 28. A 8-as és 10-es vagy a 9-es és 10-es egyszerre nem szerepelhet, mivel a többi öt különböző tag összegének 14-nek illetve 13-nak kellene lennie, ami nem lehet, mert $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$. Attól függően, hogy a 8, 9, 10 számok közül melyek szerepelnek, négy lehetséges esetünk marad:

$a)$ csak a 8-as szerepel: $1 + 2 + \dots + 8 = 36$, ezek közül egyet kell elhagynunk, hogy a megmaradó hét összege 32 legyen. Ezt csak a 4-es eltörlésével kaphatjuk meg. Ekkora sorozat: 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8.

$b)$ csak a 9-es szerepel: Ugyanúgy, mint az előbb, az 5-öt törölve kapjuk az 1, 2, 3, 4, 6, 7, 9 sorozatot.

$c)$ csak a 10-es szerepel: a 6-ost törölve kapjuk az 1, 2, 3, 4, 5, 7, 10 sorozatot.

$d)$ a 8-as és 9-es együtt szerepel. Az 1, 2, ..., 8, 9 számok közül kettőt kell törölnünk, hogy az összeg $45 - 32 = 13$ -mal csökkenjen, de a 8-ast és a 9-est meg kell hagynunk. Ezt csak a 6-os és 7-es törlésével érhetjük el, így a sorozat: 1, 2, 3, 4, 5, 8, 9.

Ezek szerint a $p = 7$ értékhez legfeljebb a fenti négy sorozat tartozhat. Hátra van még annak megmutatása, hogy ezeket a sorozatokat feldarabolással valóban meg is kaphatjuk. Mindegyik sorozathoz látható egy-egy feldarabolás az ábrán.