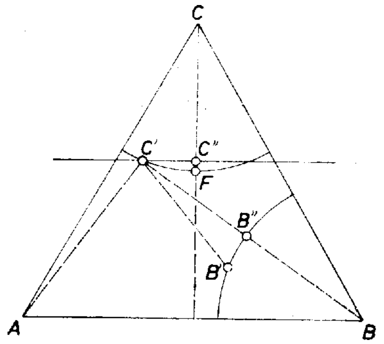
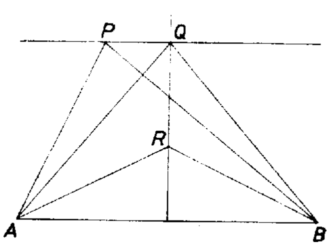
A megoldást két lépésben végezzük el. Először megmutatjuk, hogy van olyan legrövidebb út, amelyen a háromszög A csúcsából kiindulva a B és C *csúcspont* ellenőrizhető. Ezután azt látjuk be, hogy ezen az úton haladva a háromszög minden pontja beleesik a műszer hatósugarába.

A magasság felét válasszuk egységnek $\left(\text{ekkor a háromszög oldala } \dfrac{4}{\sqrt{3}}\right)$. Ahhoz, hogy a B és C pontot ellenőrizzük, el kell jutnunk a B és C körüli, 1 sugarú körvonal valamely B', ill. C' pontjába. Feltehető, hogy a katona a C' pontot érinti előbb, és így azt kell vizsgálnunk, hogy $\overline{AC'} + \overline{C'B'}$ miko minimális.



1. ábra

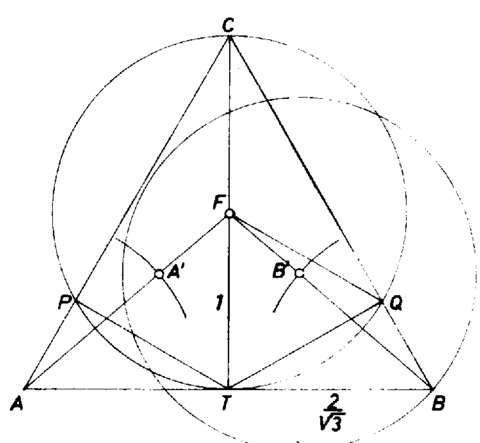
Rögzített C' esetén $\overline{C'B'}$ akkor legkisebb, ha B' a $C'B$ szakasz és a B körüli körvonal B'' metszéspontjába esik, hiszen egyébként $\overline{C'B'} + \overline{B'B} > \overline{C'B} = \overline{C'B''} + \overline{B''B}$ és $\overline{B'B} = 1 = \overline{B''B}$. Feltehetjük tehát, hogy C'-től a katona a $C'B$ szakaszon halad tovább. Ha útját a B pontig folytatná, akkor C' helyétől függetlenül mindig egységnyivel több utat tenne meg, azaz felhasználva, hogy $\overline{AC'} + \overline{C'B''}$ ugyanakkor minimális, mint $\overline{AC'} + (\overline{C'B''} + 1) = \overline{AC'} + \overline{C'B'}$, azt kell eldöntenünk, hagy az A-ból B-be vezető és a C körüli kör egy pontját tartalmazó utak közül melyik a legrövidebb. Ehhez jegyezzük meg, hogy ha A-ból B-be úgy akarunk a legrövidebb úton menni, hogy közben egy $\overline{AB}$-vel párhuzamos e egyenes valamely P pontját is érintjük, akkor P-nek az e egyenes és $\overline{AB}$ felező merőlegesének Q metszéspontját kell választani (közismert megoldás: B-t e-re tükrözzük és A-t e tükörponttal összekötjük).



1. ábra

Másrészt, a felezőmerőlegesen mozgó R pontok esetén $\overline{AR} + \overline{RB}$ annál kisebb, minél közelebb van R az AB szakaszhoz. Ezek után a C', C'', F pontok helyzetét figyelve világos, hogy minimális hosszúságú utat akkor kapunk, ha a katona A-tól az F felezőpontba megy, majd onnan útját $\overline{FB}$ mentén folytatja (2. ábra).

Ezután belátjuk, hagy ha most az AFB' út minden pontja köré egységnyi sugárral kört írunk, akkor ezek a körök az egész ABC háromszöglapot befedik.



3. ábra

Az AB szakasz T felezőpontját vetítsük merőlegesen BC-re és CA-ra, így kapjuk a Q és P pontot. Az F körüli egységnyi sugarú kör Q-n és P-n megy át (Thalész-tétel), így lefedi a $TQCP$ négyszöget. Mivel $\overline{FB'} = \overline{FB} - 1 = \sqrt{\frac{7}{3}} - 1 < 1$, B' a QFT $60°$-os körcikk belsejében van (TQF szabályos háromszög, hiszen $CTQ\sphericalangle = 60°$). Emiatt $\overline{B'T} < 1$ és $\overline{BQ} < 1$, és mivel $B'B = 1$, a B' körüli kör lefedi a TBQ háromszöget. Hasonlóan, B' tükörképe A' körül egységnyi sugarú kört húzva ez a kör lefedi az ATP háromszöget. Tehát már az A', F, B' pontok körüli körök lefedik a háromszöget, és ezzel az állítást bebizonyítottuk.