Legyen a szóban forgó egyenlet

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

A feladat állítása így fogalmazható: egy olyan p/q tört (p és q egész), amelynek q nevezője páratlan, nem lehet gyöke az egyenletnek.

Helyettesítsünk a bal oldalba p/q-t és hozzunk közös nevezőre. Így a

$$[p(ap + bq) + cq^2]/q^2$$

törtet kapjuk. Ha q páratlan, akkor a számláló második tagja páratlan, az első viszont páros, mert vagy p páros, vagy ha p páratlan, akkor $ap + bq = (a + b)p + b(q - p)$, és itt $a + b$ és $q - p$ páros, tehát a mondott tag értéke is az. Így a számláló páratlan, tehát nem lehet 0, és vele együtt a tört sem. Ezt akartuk bizonyítani.

Megjegyzések. 1. Az utolsó átalakításból az is látható, hogy ha p/q nem egyszerűsíthető tört, és gyöke az egyenletnek, és q páros, akkor b-nek (s így a-nak is) párosnak kell lennie; tehát ha egy egész együtthatós másodfokú egyenlet együtthatói páratlanok, akkor nincs racionális gyöke.[1]

2. A $4x^2 - 16x + 7 = 0$ egyenlet pl., amelynek gyökei $1/2$ és $7/2$, mutatja, hogy a feladat feltételei mellett lehet racionális gyöke az egyenletnek.

3. A feladat állítása a következőképpen általánosítható: Ha egy n-ed fokú egész együtthatós egyenletben (n természetes szám) az ismeretlent tartalmazó tagok együtthatóinak összege páros, az ismeretlent nem tartalmazó tag pedig páratlan, akkor az egyenlet racionális gyöke csak olyan tört lehet, amelynek legegyszerűbb alakjában a nevező páros. A tétel a fenti megoldáshoz hasonlóan bizonyítható.

[1] Ennek bizonyítása volt az 1961. évi Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny II. fordulójának 1. feladata, lásd a megoldást K.M.L. 24. (1962)1–2. o.