I. megoldás. Jelöljük a keresett számot így: $N=\overline{xy}=10x+y$, itt $x\geq 1$, mert a szám kétjegyű. Hozzáadva N-hez a számjegyek $x+y$ összegét az

$$N_1=10x+y+(x+y)=11x+2y$$

összeg utolsó jegye az $M=x+2y$ szám utolsó jegye lesz, első jegye pedig x-nél M tízes jegyével nagyobb. Jelöljük ezt a jegyet k-val, erre $0\leq k\leq 2$, mert $M\leq 3\cdot 9=27$.

M és vele együtt N_1 utolsó jegye $M-10k=x+2y-10k$, N_1 első jegye $x+k$, így N_1 jegyeinek összege $x+k+x+2y-10k=2(x+y)-9k$. Ezt N_1-hez adva a keletkező N_2 számnak a jegyek felcserélésével keletkező $10y+x$ számnak kell lennie:

$$N_2=11x+2y+2(x+y)-9k=13x+4y-9k=10y+x.$$

Innen

$$6y+9k=12x,\qquad 2y+3k=4x.$$

Itt $3k$ és vele együtt k is csak páros lehet, tehát k értéke 0 vagy 2.

Ha $k=0$, akkor $y=2x$, N jegyeinek összege $x+2y=5x$ egyjegyű, tehát $x=1$, $y=2$, és $N=12$ megfelel a feladat feltételeinek, mert

$$N_1=12+1+2=15,\qquad N_2=15+1+5=21.$$

Ha $k=2$, $y=2x-3$, N jegyeinek összegére

$$20\leq x+2y\leq 3\cdot 9=27,\qquad 20\leq 5x-6\leq 27,\qquad 26\leq 5x\leq 33.$$

Eszerint csak $x=6$ lehetséges, így $y=9$, és $N'=69$ szintén megoldása a feladatnak, mert rá $N_1'=69+6+9=84$, $N_2'=84+8+4=96$.

II. megoldás. Jelöljük a keresett $10x+y$ számból a jegyei hozzáadásával keletkező szám jegyeit a, b-vel:

$$10x+y+x+y=11x+2y=10a+b.$$

Feltétel szerint ehhez hozzáadva jegyeit a $10y+x$ számot kapjuk:

$$10a+b+a+b=11a+2b=10y+x.$$

A két összefüggésből kiküszöböljük x-et:

$$\begin{aligned}11(10y+x)-(11x+2y)=108y&\\ &=11(11a+2b)-(10a+b)=111a+21b.\end{aligned}$$

Innen

$$36y=37a+7b,\qquad y=a+\frac{a+7b}{36}.$$

Itt az utolsó tört számlálója osztható kell hogy legyen 36-tal, mert y egész, továbbá a legfeljebb 8, mert y nála nagyobb és számjegy. Így $a+7b\leq 8+7\cdot 9=71$, tehát $a+7b=36$ kell hogy legyen. Innen

$$b=5-\frac{a-1}{7}.$$

Ez csak úgy lehet egész, ha $a-1$ osztható 7-tel, ami a számjegyek közül csak $a=1$ és $a=8$-ra következik be; b megfelelő értékei 5 és 4. A keresett szám jegyeinek felcserélésével keletkező szám ekkor $11a+2b=21$, ill. 96, a keresett szám tehát 12 és 69 lehet, és mindkettő kielégíti a feladat feltételeit.

III. megoldás. Megmutatjuk, hogy a keresett szám 3-mal osztható. Legyen ugyanis a szám maradéka 9-cel osztva r, akkor, mint tudjuk, jegyeinek összege is r maradékot ad 9-cel osztva, s így a jegyek hozzáadásával keletkező szám ugyanannyi maradékot ad 9-cel osztva, mint $2r$, és ugyanennyi maradékot ad a jegyeinek összege is. Ha tehát a keletkezett számhoz újra hozzáadjuk a jegyeinek összegét, az így kapott szám ugyanannyi maradékot ad 9-cel osztva, mint $4r$. Másrészt ez a szám a keresett számból a jegyek felcserélésével kapható, tehát ugyanannyi maradékot ad 9-cel osztva, mint az: r-et. Így $4r$-et 9-cel osztva a maradék r, vagyis $3r$ osztható 9-cel, r osztható 3-mal, tehát a keresett szám is.

Másrészt korlátokat keresünk a szám jegyeire. A keresett számot $10x+y$-nal jelölve a kétszeri hozzáadással keletkező szám, amely a jegyek felcserélésével írható, $10y+x$, a növekedés

$$10y+x-(10x+y)=9(y-x).$$

Ez egyrészt 9-cel osztható, másrészt pozitív, tehát $x<y$. Ez a növekedés a keresett számból 4 számjegy hozzáadásával keletkezik, melyek közt van legalább két különböző (x és y), így összegük legfeljebb $3\cdot 9+8=35$ lehet, tehát

$$9(y-x)\leq 35,\qquad \text{így}\qquad y-x\leq 3,$$

a keresett szám jegyeire tehát

$$x < y \leq x + 3.$$

Ilyen tulajdonságú kétjegyű, 3-mal osztható számok a következők:

$$12,\ 24,\ 36,\ 45,\ 57,\ 69,\ 78.$$

Ezeket kipróbálva adódik, hogy 12 és 69 a feladat megoldásai.