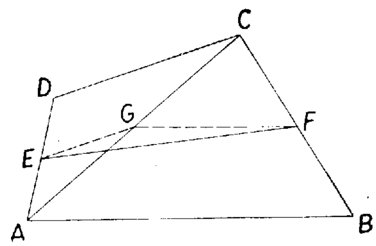
Legyen az $ABCD$ négyszög (2. ábra) AD és BC oldalának felezőpontja E és F, és $EF = (AB + DC)/2$.



2. ábra

Azt fogjuk bebizonyítani, hogy AB és CD párhuzamosak. Jelöljük az AC átló felezőpontját G-vel. Ekkor egyrészt EG, mint az ACD háromszög középvonala, párhuzamos DC-vel és fele akkora; és hasonlóan az ABC háromszög GF középvonala párhuzamos AB-vel és fele akkora. Másrészt az EFG háromszögből – ha ez valódi háromszög, tehát G nem esik az EF egyenesre –

$$EF < EG + GF = \frac{1}{2}(DC + AB).$$

Eszerint a bal oldal a jobbal egyenlő csak akkor lehet, ha G az EF egyenesen van. Ekkor

$$DC || EF || AB,$$

vagyis az $ABCD$ négyszög trapéz, és ezt kellett bizonyítani.

Megjegyzés. A feladat következő általánosítását tartalmazza *Bollobás Béla* dolgozata: *Ha az $ABCD$ négyszög AD és BC oldalát az M, illetőleg N pont $m : n$ arányban osztja és*

$$MN = \frac{m \cdot DC + n \cdot AB}{m + n},$$

(amit így szokás mondani: MN a DC és AB oldalnak m, illetőleg n súllyal súlyozott számtani közepe), *akkor AB párhuzamos CD-vel, a négyszög trapéz.* Az állítás az AC átlót $m : n$ arányban osztó P pont segítségül vételével a fenti megoldáshoz hasonlóan bizonyítható.